



TÉCNICO LISBOA

SISTEMAS DIGITAIS (SD)

MEEC

Acetatos das Aulas Teóricas

Versão 4.0 - Português

Aula Nº 11:

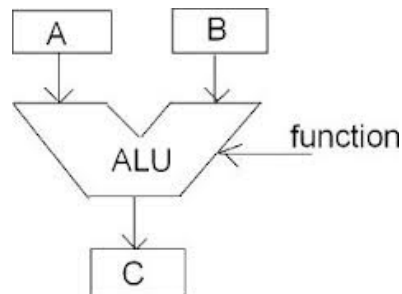
Título: Circuitos combinatórios: Unidade Lógica e Aritmética
Sumário: Unidade Lógica e Aritmética (ULA).

2015/2016

Nuno.Roma@tecnico.ulisboa.pt

Sistemas Digitais (SD)

Unidade Lógica e Aritmética



Aula Anterior

■ Na aula anterior:

- ▶ Circuitos combinatórios típicos:
 - Somadores / Subtratores
 - Comparadores



SEMANA	TEÓRICA 1	TEÓRICA 2	PROBLEMAS/LABORATÓRIO
14/Set a 19/Set	Introdução	Sistemas de Numeração e Códigos	
21/Set a 26/Set	Álgebra de Boole	Elementos de Tecnologia	P0
28/Set a 3/Out	Funções Lógicas	Minimização de Funções Booleanas (I)	L0
5/Out a 10/Out	Minimização de Funções Booleanas (II)	Def. Circuito Combinatório; Análise Temporal	P1
12/Out a 17/Out	Circuitos Combinatórios (I) – Codif., MUXs, etc.	Circuitos Combinatórios (II) – Som., Comp., etc.	L1
19/Out a 24/Out	Circuitos Combinatórios (III) - ALUs	Linguagens de Descrição e Simulação de Circuitos Digitais	P2
26/Out a 31/Out	Circuitos Sequenciais: Latches	Circuitos Sequenciais: Flip-Flops	L2
2/Nov a 7/Nov	Caracterização Temporal	Registos	P3
9/Nov a 14/Nov	Revisões Teste 1	Contadores	L3
16/Nov a 21/Nov	Síntese de Circuitos Sequenciais: Definições	Síntese de Circuitos Sequenciais: Minimização do número de estados	P4
23/Nov a 28/Nov	Síntese de Circuitos Sequenciais: Síntese com Contadores	Memórias	L4
30/Nov a 5/Dez	Máq. Estado Microprogramadas: Circuito de Dados e Circuito de Controlo	Máq. Estado Microprogramadas: Endereçamento Explícito/Implícito	P5
7/Dez a 12/Dez	Circuitos de Controlo, Transferência e Processamento de Dados de um Processador	Lógica Programável	L5
14/Dez a 18/Dez	P6	P6	L6



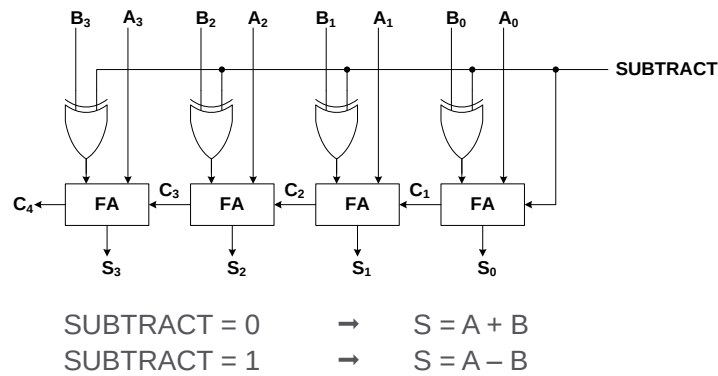
■ Tema da aula de hoje:

- Unidade Lógica e Aritmética (ULA)

□ Bibliografia:

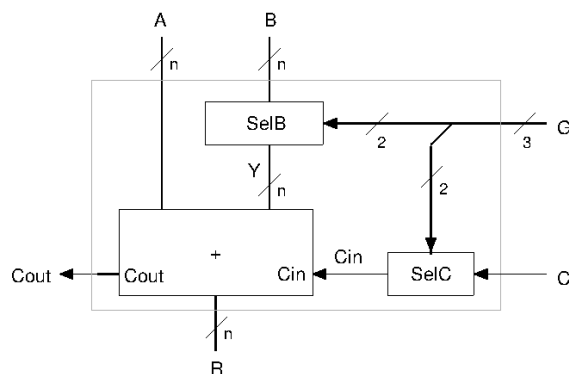
- M. Mano, C. Kime: Secções 4.5 e 9.3
- G. Arroz, J. Monteiro, A. Oliveira: Secção 8.4

■ Circuito somador/subtrator (revisão)



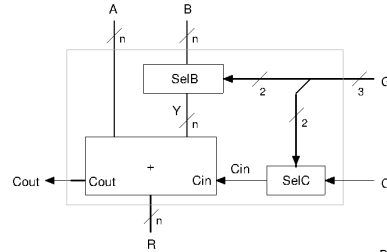
- Será possível realizar unidades aritméticas mais completas com um único circuito combinatório?

■ Unidade aritmética baseada num único circuito:

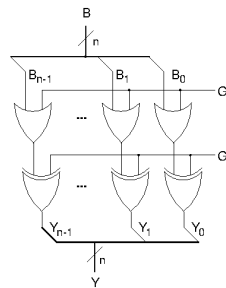


- A entrada **G** define o tipo de operação.

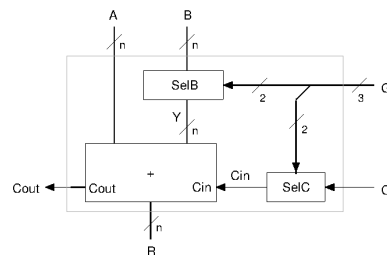
■ Unidade aritmética baseada num único circuito:



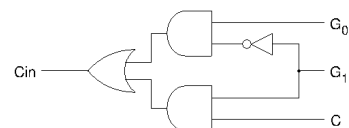
G_2G_0	Y_i
00	B_i
01	$\overline{B_i}$
10	1
11	0



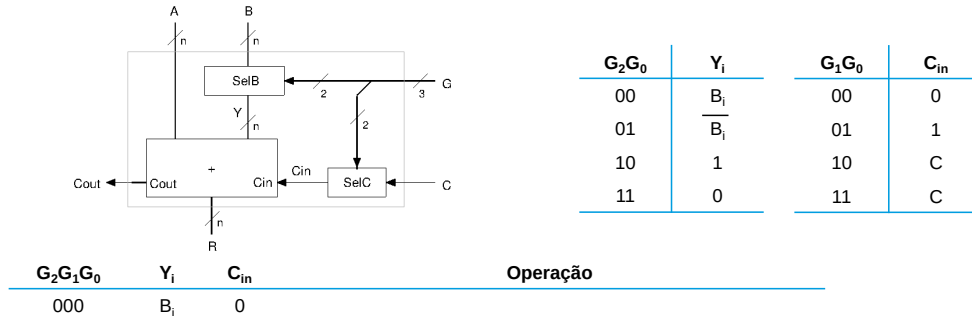
■ Unidade aritmética baseada num único circuito:



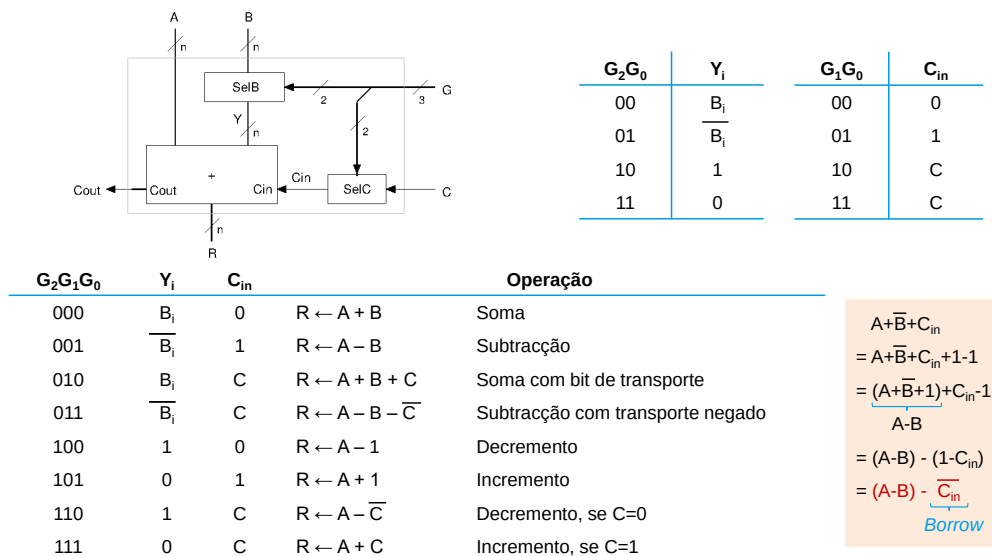
G_1G_0	C_{in}
00	0
01	1
10	C
11	C



■ Unidade aritmética baseada num único circuito:



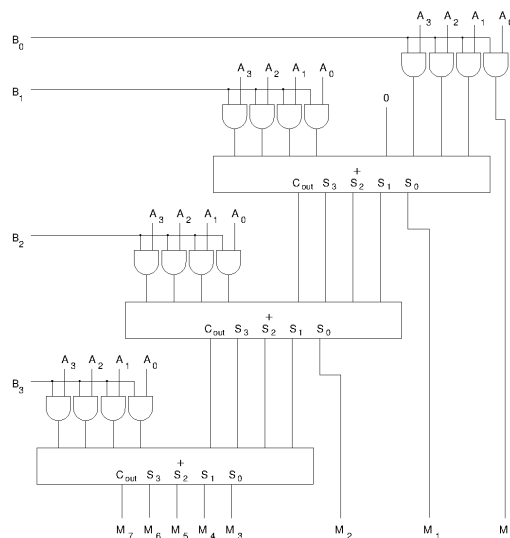
■ Unidade aritmética baseada num único circuito:



■ Multiplicação

A					1	1	0	1	Multiplicando
B					1	0	1	0	Multiplicador
					0	0	0	0	Produto parcial
				1	1	0	1		Produto parcial
			0	0	0	0			Produto parcial
		1	1	0	1				Produto parcial
M	1	0	0	0	0	0	1	0	Resultado

■ Multiplicação (representação sem sinal)





■ Caso particular: multiplicação por uma potência inteira de 2

Exemplo:

$$6 \times 4 = 24$$

$$\Leftrightarrow (0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0) \times 4 = 24$$

$$\Leftrightarrow (0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0) \times 2^2 = 24$$

$$\Leftrightarrow 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 24$$

Ou seja: $000110 \times 4 = 011000$

Deslocamento à
esquerda de 2 posições

A multiplicação pela k potência de 2 (i.e. 2^k) corresponde a deslocar os bits do operando em k posições para a esquerda.



■ Divisão

Dividendo	Divisor
1 0 0 1 0 0 1 1	0 1 0 1
- 0 1 0 1	0 0 0 1 1 1 0 1
0 1 0 0 0	Quociente
- 0 1 0 1	
0 0 1 1 0	
- 0 1 0 1	
0 0 0 1 1 1	
- 0 1 0 1	
0 0 1 0	Resto

■ Divisão

- ▶ Não tem uma sequência fixa de operações elementares
- ▶ O número seleccionado de bits do dividendo em cada passo é variável
- +
- ▶ Operação pouco frequente, na maioria das aplicações
- ▶ Operação complexa
- ↓
- ▶ Implementada tipicamente através de uma sequência de operações mais simples



Programa

■ Caso particular: divisão por uma potência inteira de 2

Exemplo:

$$36 \div 4 = 9$$

$$\Leftrightarrow (\underline{1} \times 2^5 + \underline{0} \times 2^4 + \underline{0} \times 2^3 + \underline{1} \times 2^2 + \underline{0} \times 2^1 + \underline{0} \times 2^0) \div 4 = 9$$

$$\Leftrightarrow (\underline{1} \times 2^5 + \underline{0} \times 2^4 + \underline{0} \times 2^3 + \underline{1} \times 2^2 + \underline{0} \times 2^1 + \underline{0} \times 2^0) \div 2^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow (\underline{1} \times 2^3 + \underline{0} \times 2^2 + \underline{0} \times 2^1 + \underline{1} \times 2^0) = 9$$

Ou seja: $100100 \div 4 = 1001$ 

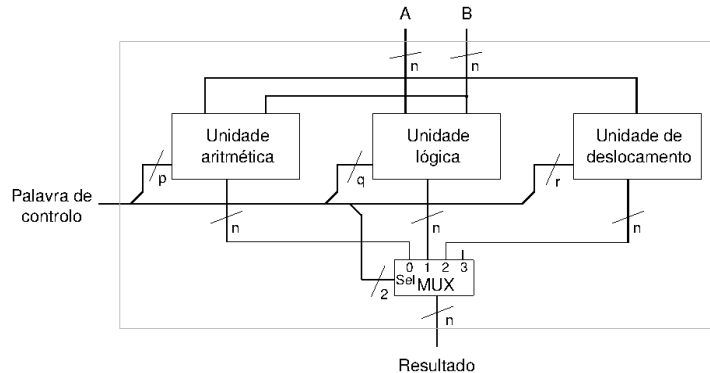
Deslocamento à direita
de 2 posições

A divisão pela k potência de 2 (i.e. 2^k) corresponde a deslocar os bits do operando em k posições para a direita.

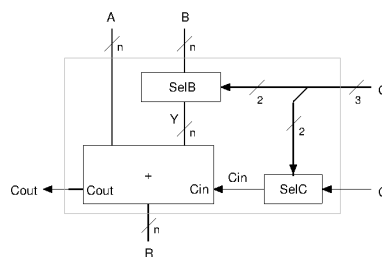
■ Unidade Lógica e Aritmética

► Circuito combinatório que implementa as operações:

- Aritméticas
- Lógicas
- Deslocamento



■ Unidade Aritmética

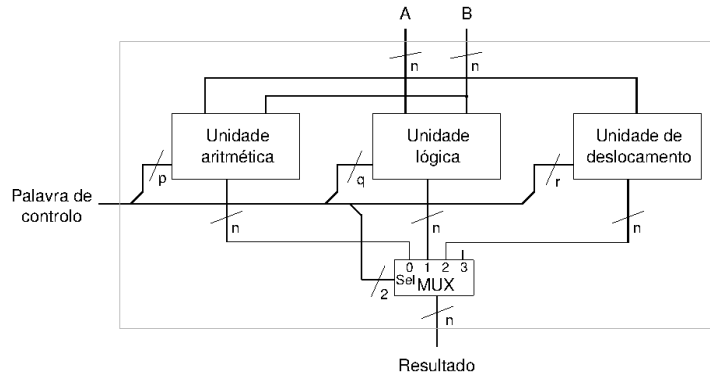


$G_2G_1G_0$	Y_i	C_{in}		Operação
000	B_i	0	$R \leftarrow A + B$	Soma
001	$\overline{B_i}$	1	$R \leftarrow A - B$	Subtracção
010	B_i	C	$R \leftarrow A + B + C$	Soma com bit de transporte
011	$\overline{B_i}$	C	$R \leftarrow A - B - \overline{C}$	Subtracção com transporte negado
100	1	0	$R \leftarrow A - 1$	Decremento
101	0	1	$R \leftarrow A + 1$	Incremento
110	1	C	$R \leftarrow A - \overline{C}$	Decremento, se C=0
111	0	C	$R \leftarrow A + C$	Incremento, se C=1

■ Unidade Lógica e Aritmética

► Circuito combinatório que implementa as operações:

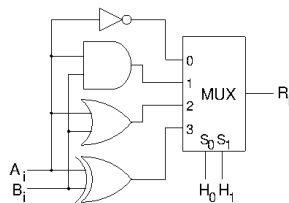
- Aritméticas
- Lógicas
- Deslocamento



■ Unidade Lógica

► As operações lógicas aplicam-se individualmente a cada bit dos operandos de entrada:

$$R \leftarrow A \wedge B \Leftrightarrow R \leftarrow A_{n-1} \wedge B_{n-1} \mid A_{n-2} \wedge B_{n-2} \mid \dots \mid A_0 \wedge B_0$$

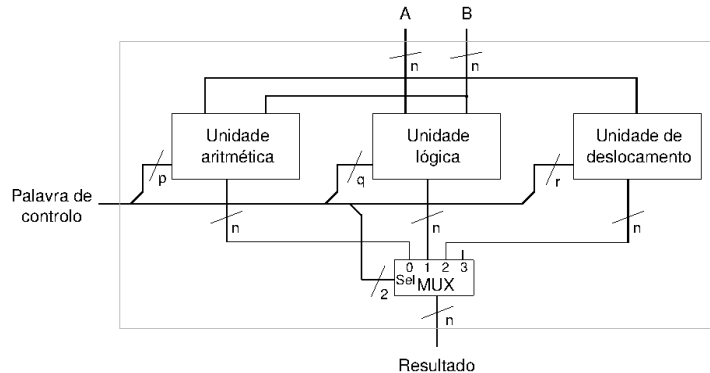


H_1H_0		Operação
00	$R \leftarrow \overline{A}$	Complemento
01	$R \leftarrow A \wedge B$	Conjunção
10	$R \leftarrow A \vee B$	Disjunção
11	$R \leftarrow A \oplus B$	Disjunção exclusiva

■ Unidade Lógica e Aritmética

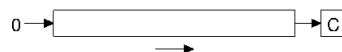
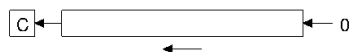
► Circuito combinatório que implementa as operações:

- Aritméticas
- Lógicas
- Deslocamento

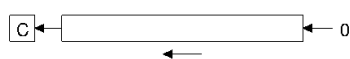


■ Operações de deslocamento

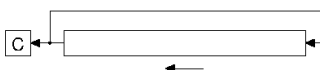
► Deslocamento simples



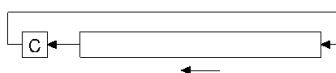
► Deslocamento aritmético



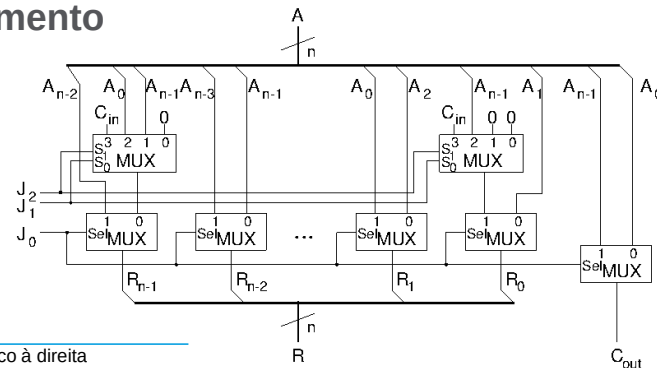
► Rotação



► Rotação com transporte



■ Unidade de deslocamento

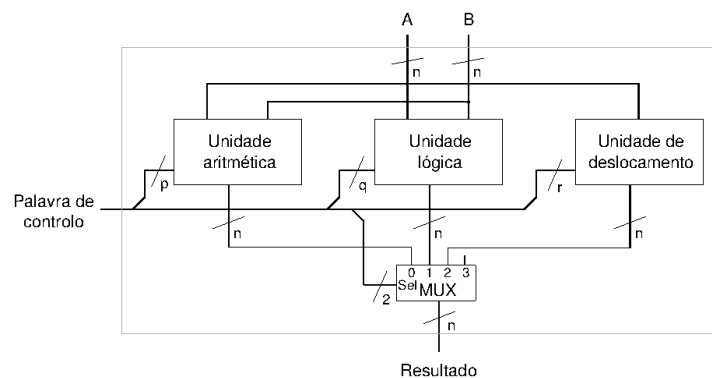


$J_2 J_1 J_0$	Operação	
000	$R \leftarrow \text{SHR } A$	Deslocamento lógico à direita
001	$R \leftarrow \text{SHL } A$	Deslocamento lógico à esquerda
010	$R \leftarrow \text{SHRA } A$	Deslocamento aritmético à direita
011	$R \leftarrow \text{SHLA } A$	Deslocamento aritmético à esquerda
100	$R \leftarrow \text{ROR } A$	Rotação à direita
101	$R \leftarrow \text{ROL } A$	Rotação à esquerda
110	$R \leftarrow \text{RORC } A$	Rotação à direita com transporte
111	$R \leftarrow \text{RORL } A$	Rotação à esquerda com transporte

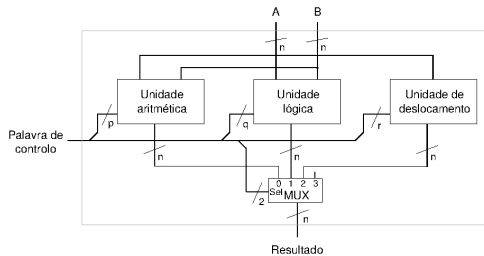
■ Unidade Lógica e Aritmética

► Circuito combinatório que implementa as operações:

- Aritméticas
- Lógicas
- Deslocamento



Operações da unidade lógica e aritmética



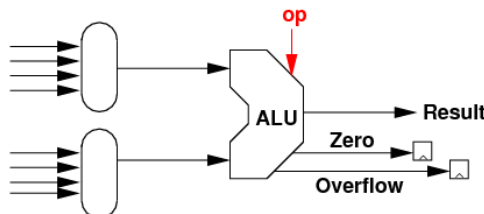
- A função realizada é definida por uma palavra de comando;
- Várias codificações possíveis.

$S_4S_3S_2S_1S_0$		Operação
00000	$R \leftarrow A + B$	Soma
00001	$R \leftarrow A - B$	Subtração
00010	$R \leftarrow A + B + C$	Soma com bit de transporte
00011	$R \leftarrow A - B - \overline{C}$	Subtração com transporte negado
00100	$R \leftarrow A - 1$	Decremento
00101	$R \leftarrow A + 1$	Incremento
00110	$R \leftarrow A - C$	Decremento, se C=0
00111	$R \leftarrow A + C$	Incremento, se C=1
01-00	$R \leftarrow \overline{A}$	Complemento
01-01	$R \leftarrow A \wedge B$	Conjunção
01-10	$R \leftarrow A \vee B$	Disjunção
01-11	$R \leftarrow A \oplus B$	Disjunção exclusiva
10000	$R \leftarrow \text{SHR } A$	Deslocamento lógico à direita
10001	$R \leftarrow \text{SHL } A$	Deslocamento lógico à esquerda
10010	$R \leftarrow \text{SHRA } A$	Deslocamento aritmético à direita
10011	$R \leftarrow \text{SHLA } A$	Deslocamento aritmético à esquerda
10100	$R \leftarrow \text{ROR } A$	Rotação à direita
10101	$R \leftarrow \text{ROL } A$	Rotação à esquerda
10110	$R \leftarrow \text{RORC } A$	Rotação à direita com transporte
10111	$R \leftarrow \text{RORL } A$	Rotação à esquerda com transporte
11---	$R \leftarrow A$	Transferência

Bits de Estado (flags)

- Para além do resultado, as unidades lógicas e aritméticas disponibilizam também um conjunto de **bits de estado**, que reflectem o valor do resultado. Exemplos:

- **Z** – activo quando o resultado corresponde ao valor zero;
- **N** – activo quando o resultado corresponde a um valor negativo;
- **P** – activo quando o resultado corresponde a um valor positivo;
- **C** – activo quando o carry gerado aquando do cálculo do bit mais significativo do resultado é '1';
- **O** – activo quando o resultado corresponde a uma situação de overflow.





■ Tema da Próxima Aula:

- ▶ Linguagens de Descrição e Simulação de Circuitos Digitais (apoio ao laboratório):
 - Linguagens de descrição de Hardware
 - Introdução a VHDL:
 - Descrição de estruturas básicas em VHDL
 - Exemplos:
 - Cadeado digital
 - Unidade aritmética
 - Simulação de circuitos em VHDL
 - Xilinx ISE



Agradecimentos

Algumas páginas desta apresentação resultam da compilação de várias contribuições produzidas por:

- Guilherme Arroz
- Horácio Neto
- Nuno Horta
- Pedro Tomás