

Teoria da Computação

Nome: _____

Número: _____

Segundo Semestre 2021/2022

Mini-teste I (Versão C)

19/04/2022

Duração: 30 Minutos

Classificar (Sim/Não) _____

Este enunciado tem 5 páginas (incluindo esta) e 10 questões.

Apenas voltar a página quando o professor assim o disser. A folha de respostas múltiplas está anexa a este enunciado. Qualquer pergunta errada desconta 1/3 do seu valor no total da pontuação obtida com as respostas certas.

Tabela de Pontuação

Question	Points	Score
1	10	
2	10	
3	10	
4	10	
5	10	
6	10	
7	10	
8	10	
9	10	
10	10	
Total:	100	

1. (10 points) O conjunto resultante de $\{4\} \cup ([4; 5] \setminus N)$ é não contável porque:
- A.** é o intervalo $[4; 5[$ que é equipotente a $[0; 1[$, que se mostrou na Teórica ser não contável.
 - B. é o conjunto $\mathbb{Z}$, que se mostrou na Teórica ser não contável.
 - C. é o intervalo $[4; 5[$ que é equipotente a $\mathbb{N}$, que se mostrou na Teórica ser não contável.
 - D. é o intervalo $[4; 5[$ que é equipotente a $\{0, 1\}$, que se mostrou na Teórica ser não contável.
 - E. Nenhuma das anteriores
2. (10 points) A definição indutiva correcta do conjunto $\mathcal{X}$ das palavras binárias (eventualmente vazias), é:
- A. $0 \in \mathcal{X}$, $1 \in \mathcal{X}$, $w \in \mathcal{X} \rightarrow 0w \in \mathcal{X}$, e $w \in \mathcal{X} \rightarrow 1w \in \mathcal{X}$
 - B. $(0 \in \mathcal{X} \text{ ou } 1 \in \mathcal{X})$ e $(w \in \mathcal{X} \rightarrow 0w \in \mathcal{X} \text{ ou } w \in \mathcal{X} \rightarrow 1w \in \mathcal{X})$
 - C. $0 \in \mathcal{X}$ ou $1 \in \mathcal{X}$ ou $w \in \mathcal{X} \rightarrow 0w \in \mathcal{X}$ ou $w \in \mathcal{X} \rightarrow 1w \in \mathcal{X}$
 - D. $0 \in \mathcal{X}$ e $1 \in \mathcal{X}$
 - E.** Nenhuma das anteriores
3. (10 points) Pretende-se definir o conjunto C de todos os números inteiros (de INT) ímpares menores que 13. A definição por compreensão correspondente é (escolha a verdadeira):
- A. $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\} \cup \{x \in INT \mid x \% 2 = 1\}$
 - B.** $C = \{x \in INT \mid x \% 2 = 1 \wedge x < 13\}$
 - C. $C = \{x \in NAT \mid x \% 2 = 1 \wedge x < 13\}$
 - D. $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$
 - E. Nenhuma das Anteriores
4. (10 points) Considere o conjunto $\mathcal{X}$ das palavras não vazias de 0s e 1s. Seja $n \in \mathcal{X}$. A definição indutiva correcta da função rm sobre $\mathcal{X}$ que remove o número mais à direita de uma palavra não vazia e devolve uma palavra não vazia é:
- A.** $rm(0) = 0$, $rm(1) = 1$, $rm(n0) = n$, e $rm(n1) = n$
 - B. $rm(0) = \varepsilon$, $rm(1) = \varepsilon$, $rm(0n) = 0rm(n)$, e $rm(1n) = 1rm(n)$
 - C. $rm(0) = \varepsilon$, $rm(1) = \varepsilon$, $rm(0n) = n$, e $rm(1n) = n$
 - D. $rm(0) = 0$, $rm(1) = 1$, $rm(n0) = rm(n)$, e $rm(n1) = rm(n)$
 - E. Nenhuma das anteriores

Considere um sistema de biblioteca online. O sistema é composto por um conjunto de coleções e um conjunto de utilizadores. Cada utilizador é identificado por um nome e tem um conjunto de coleções nos que segue. Cada coleção é identificado por um nome e contém um conjunto de livros. Cada livro tem um *ID* e um conteúdo (que é um elemento do conjunto *TEXT*).

Seja $NAME \stackrel{\text{def}}{=} STRING$.

5. (10 points) A definição correcta do conjunto *COLLECTION* de todas as coleções é:

- A.** $LIVRO \stackrel{\text{def}}{=} ID \times TEXT$ e $COLLECTION \stackrel{\text{def}}{=} NAME \times \wp(LIVRO)$
- B. $LIVRO \stackrel{\text{def}}{=} ID$ e $COLLECTION \stackrel{\text{def}}{=} NAME \times LIVRO$
- C. $LIVRO \stackrel{\text{def}}{=} ID \times TEXT$ e $COLLECTION \stackrel{\text{def}}{=} NAME \times LIVRO$
- D. $LIVRO \stackrel{\text{def}}{=} NAME \times TEXT$
- E. Nenhuma das anteriores

6. (10 points) A definição correcta do sistema *LIBRARY* é:

- A. $USER \stackrel{\text{def}}{=} \wp(COLLECTION)$ e $LIBRARY \stackrel{\text{def}}{=} \wp(COLLECTION) \times \wp(USER)$
- B.** $USER \stackrel{\text{def}}{=} NAME \times \wp(COLLECTION)$ e $LIBRARY \stackrel{\text{def}}{=} \wp(COLLECTION) \times \wp(USER)$
- C. $USER \stackrel{\text{def}}{=} NAME \times COLLECTION$ e $LIBRARY \stackrel{\text{def}}{=} \wp(COLLECTION) \times \wp(USER)$
- D. $USER \stackrel{\text{def}}{=} NAME \times \wp(COLLECTION)$ e $LIBRARY \stackrel{\text{def}}{=} \wp(COLLECTION) \times USER$
- E. Nenhuma das anteriores

7. (10 points) Considerando n e l variáveis, respectivamente representando um nome de um *UTILIZADOR* genérico e um sistema de biblioteca online, um predicado de primeira ordem que verifica se um utilizador existe num sistema é:

- A.** $\text{userExists}(n, l) \stackrel{\text{def}}{=} \exists c (c \in \pi_2(l) \wedge n = \pi_1(c))$
- B. $\text{userExists}(n, l) \stackrel{\text{def}}{=} c \in \pi_2(l) \wedge n = \pi_1(c)$
- C. $\text{userExists}(n, l) \stackrel{\text{def}}{=} \exists c (n = \pi_1(c))$
- D. $\text{userExists}(n, l) \stackrel{\text{def}}{=} \forall c (c \in \pi_2(l) \wedge n = \pi_1(c))$
- E. Nenhuma das anteriores

8. (10 points) A definição da função que verifica se um utilizador (dado o seu nome) existe no sistema é:

- A. $\text{hasUser} \in \text{LIBRARY} \times \text{NAME} \rightarrow \text{NAT}$
 $\text{hasUser} \stackrel{\text{def}}{=} \{(l, n) \mapsto b \mid (\text{userExists}(n, l) \rightarrow b = \text{TRUE})$
 $\wedge (\neg \text{userExists}(n, l) \rightarrow b = \text{FALSE})\}$
- B. $\text{hasUser} \in \text{LIBRARY} \rightarrow \text{BOOL}$
 $\text{hasUser} \stackrel{\text{def}}{=} \{(l, n) \mapsto b \mid b = \text{userExists}(n, l)\}$
- C. $\text{hasUser} \in \text{LIBRARY} \times \text{LIBRARY} \rightarrow \text{BOOL}$
 $\text{hasUser} \stackrel{\text{def}}{=} \{(l, n) \mapsto b \mid (\text{userExists}(n, l) \rightarrow b = \text{TRUE})$
 $\wedge (\neg \text{userExists}(n, l) \rightarrow b = \text{FALSE})\}$
- D.** $\text{hasUser} \in \text{LIBRARY} \times \text{NAME} \rightarrow \text{BOOL}$
 $\text{hasUser} \stackrel{\text{def}}{=} \{(l, n) \mapsto b \mid (\text{userExists}(n, l) \rightarrow b = \text{TRUE})$
 $\wedge (\neg \text{userExists}(n, l) \rightarrow b = \text{FALSE})\}$
- E. Nenhuma das anteriores

9. (10 points) Considere que quando se adiciona um novo utilizador, o seu nome não pode existir no sistema e o seu conjunto de coleções é inicialmente vazio.

A função $\text{addUser} \in \text{LIBRARY} \times \text{NAME} \rightarrow \text{LIBRARY}$ que define a criação de um novo utilizador do sistema é:

- A. $\text{addUser} \stackrel{\text{def}}{=} \{(l, n) \mapsto l' \mid l' = \pi_2(l) \cup \{(n, \emptyset)\} \wedge \neg \text{userExists}(n, l)\}$
- B.** $\text{addUser} \stackrel{\text{def}}{=} \{(l, n) \mapsto l' \mid l' = (\pi_1(l), \pi_2(l) \cup \{(n, \emptyset)\}) \wedge \neg \text{userExists}(n, l)\}$
- C. $\text{addUser} \stackrel{\text{def}}{=} \{(l, n) \mapsto l' \mid l' = (\pi_1(l), \pi_2(l) \subseteq \{(n, \emptyset)\}) \wedge \neg \text{userExists}(n, l)\}$
- D. $\text{addUser} \stackrel{\text{def}}{=} \{(l, n) \mapsto l' \mid l' = (\pi_1(l), \pi_2(l) \cup \{(n, \emptyset)\}) \rightarrow \neg \text{userExists}(n, l)\}$
- E. Nenhuma das anteriores

10. (10 points) Qual das seguintes respostas corresponde à derivação correcta da fórmula de primeira ordem $\forall x (\neg \text{MaisVelho}(\text{pai}(x), \text{Vitor}))$ sabendo que a assinatura é tal que: $SF_0 = \{\text{Vitor}, \text{Carlos}\}$, $SF_1 = \{\text{pai}\}$, $SP_2 = \{\text{MaisVelho}\}$ e $x \in X$.

A.

$$\frac{x \in X \quad \frac{\frac{\text{Vitor} \in SF_0}{\text{Vitor} \in T_\Sigma^X} \text{ (CONST)} \quad \frac{x \in X \quad \text{pai} \in SF_1}{\text{pai}(x) \in F_\Sigma^X} \text{ (FUN)} \quad \text{MaisVelho} \in SP_2}{(\text{MaisVelho}(\text{pai}(x), \text{Vitor}) \rightarrow \perp) \in F_\Sigma^X} \text{ (PRED)}}{\forall x (\text{MaisVelho}(\text{pai}(x), \text{Vitor}) \rightarrow \perp) \in F_\Sigma^X} \text{ (UNIV)}$$

B.

$$\frac{x \in T_\Sigma^X \quad \frac{\frac{\text{Vitor} \in SF_0}{\text{Vitor} \in T_\Sigma^X} \text{ (CONST)} \quad \frac{x \in X \quad \text{pai} \in SF_1}{\text{pai}(x) \in T_\Sigma^X} \text{ (FUN)} \quad \text{MaisVelho} \in SP_2}{\text{MaisVelho}(\text{pai}(x), \text{Vitor}) \in F_\Sigma^X} \text{ (PRED)}}{\forall x (\neg \text{MaisVelho}(\text{pai}(x), \text{Vitor})) \in F_\Sigma^X} \text{ (UNIV)}$$

C.

$$\frac{x \in X \quad \frac{D \quad \perp \in F_\Sigma^X \text{ (BOT)}}{(\text{MaisVelho}(\text{pai}(x), \text{Vitor}) \rightarrow \perp) \in F_\Sigma^X} \text{ (IMP)}}{\forall x (\text{MaisVelho}(\text{pai}(x), \text{Vitor}) \rightarrow \perp) \in F_\Sigma^X} \text{ (UNIV)}$$

Sendo D :

$$\frac{\text{Vitor} \in SF_0 \quad \frac{x \in X \quad \text{pai} \in SF_1}{\text{pai}(x) \in T_\Sigma^X} \text{ (FUN)} \quad \text{MaisVelho} \in SP_2}{\text{MaisVelho}(\text{pai}(x), \text{Vitor}) \in F_\Sigma^X} \text{ (PRED)}$$

D.

$$\frac{x \in X \quad \frac{D \quad \perp \in F_\Sigma^X \text{ (BOT)}}{(\text{MaisVelho}(\text{pai}(x), \text{Vitor}) \rightarrow \perp) \in F_\Sigma^X} \text{ (IMP)}}{\forall x (\text{MaisVelho}(\text{pai}(x), \text{Vitor}) \rightarrow \perp) \in F_\Sigma^X} \text{ (UNIV)}$$

Sendo D :

$$\frac{\frac{\text{Vitor} \in SF_0}{\text{Vitor} \in T_\Sigma^X} \text{ (CONST)} \quad \frac{x \in X \quad \text{pai} \in SF_1}{\text{pai}(x) \in T_\Sigma^X} \text{ (FUN)} \quad \text{MaisVelho} \in SP_2}{\text{MaisVelho}(\text{pai}(x), \text{Vitor}) \in F_\Sigma^X} \text{ (PRED)}$$

E. Nenhuma das anteriores.