



+229/1/24+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: LUIS PEDRO RODRIGUES ABREU

Número: 43322 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☒ 4.

☐ 2.

☐ 1.

☐ 3.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ 99.

☐ 98.

☐ 100.

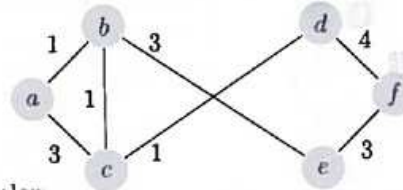
☐ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ b) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☒ c) Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ d) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



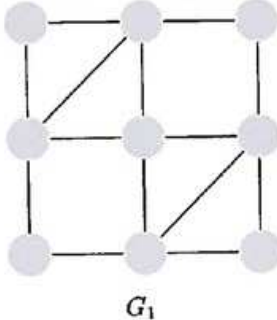
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 10. ☒ 7. ☒ 9. ☐ 11.

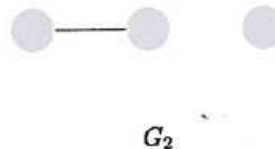
Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ a) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☐ b) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☒ c) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☒ a) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ b) Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ c) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☐ d) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+440/1/22+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Maksym Tarkivskyy

Número: 32494 Curso: MIEGI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$. ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$. ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☐ (1, 2, 2, 3). ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).
☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1). ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

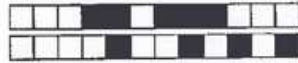
- ☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G . ☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .
☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G . ☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☐ 3. ☒ 4. ☐ 2. ☐ 1.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

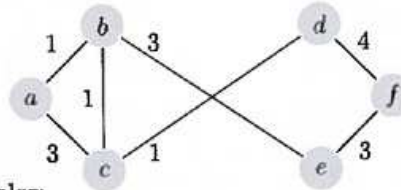
- ☐ 98. ☒ 99.
☐ Nenhum dos valores mencionados. ☐ 100.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



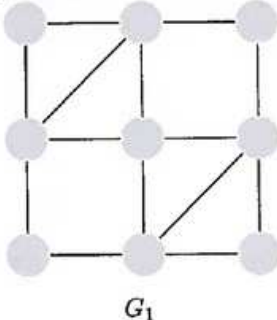
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 10. ☒ 7. ☒ 9. ☐ 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano. ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
☐ Nenhum dos grafos é euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+175/1/12+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Manuel Duarte Ribeiro da Cruz

Número: 42551 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☒ 1.

☒ 4.

☐ 2.

☐ 3.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ 98.

☐ 100.

☒ 99.

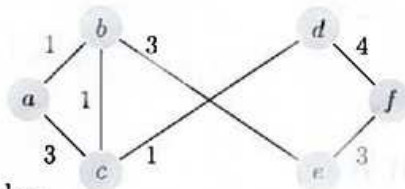
☐ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☐ b) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ c) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ d) Nenhuma das restantes alíneas.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



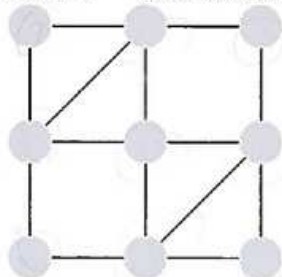
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ a) 9. ☐ b) 7. ☐ c) 10. ☐ d) 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ a) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☐ b) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☒ c) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:

 G_1  G_2

- ☐ a) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☐ c) Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ b) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano. ☐ d) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+101/1/40+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Manuel Pereira

Número: 43303 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 2.

☐ 3.

☐ 1.

☒ 4.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ Nenhum dos valores mencionados.

☒ 99.

☐ 100.

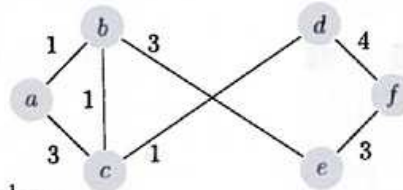
☐ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☒ b) Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ c) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ d) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



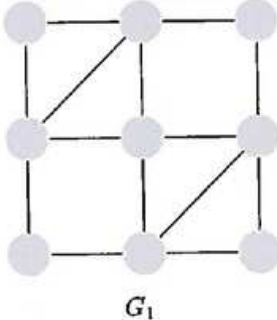
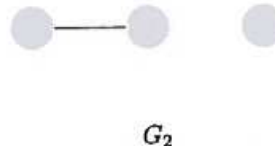
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ a) 10. ☐ b) 7. ☐ c) 11. ☒ d) 9.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ a) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☐ b) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☒ c) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:

 G_1  G_2

- ☒ a) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☐ b) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☒ c) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ d) Nenhum dos grafos é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+165/1/32+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ... Manuel de La Cueva Couto Henriques ...

Número: ... 42546 ... Curso: ... MIEI ...

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 1.

☐ 3.

☒ 4.

☐ 2.

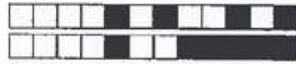
Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ Nenhum dos valores mencionados.

☒ 99.

☐ 100.

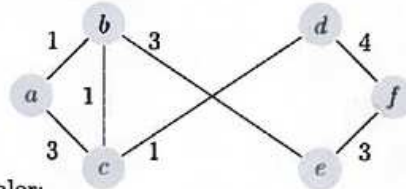
☐ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ b) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ c) Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ d) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



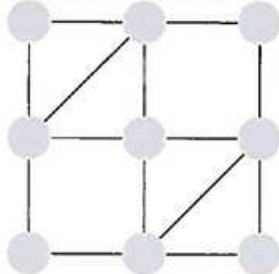
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ a) 7.
- ☐ b) 11.
- ☒ c) 9.
- ☐ d) 10.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ a) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☐ b) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☒ c) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ a) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☒ b) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ c) Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ d) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+424/1/54+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	☒	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	☒	3	3	3
☒	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	☒	☒

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ... Marcelo Filipe Cantinho ...
 ... Ramos ...
 Número: ... 43099 ... Curso: ... M.I.G.T. ...

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 2.

☒ 4.

☐ 3.

☐ 1.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ 100.

☐ Nenhum dos valores mencionados.

☐ 98.

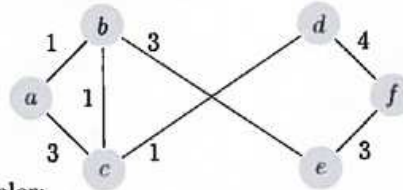
☒ 99.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.
☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



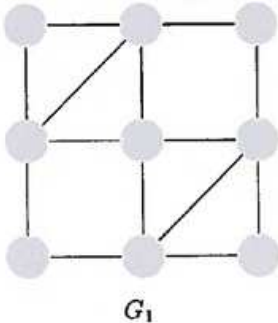
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 11. ☒ 10. ☐ 7. ☒ 9.

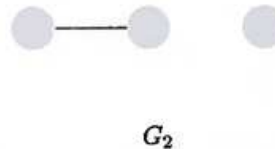
Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
☐ Nenhum dos grafos é euleriano. ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+453/1/56+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Marco Pedro
.....
.....
Número: 42835 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☒ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☒ 1.

☒ 4.

☐ 3.

☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ 99.

☐ Nenhum dos valores mencionados.

☐ 98.

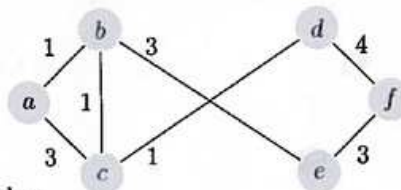
☐ 100.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



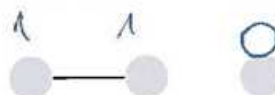
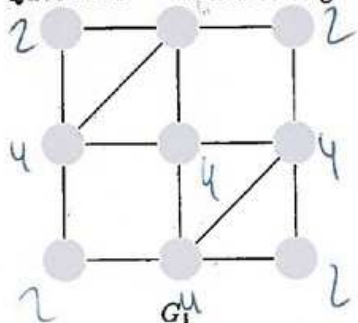
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ 9. ☐ 7. ☐ 11. ☒ 10.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



G_2

- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+221/1/40+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Maria Adriana Neto Fonseca

Número: 42728 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 1.

☐ 3.

☒ 4.

☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ 99.

☐ Nenhum dos valores mencionados.

☐ 98.

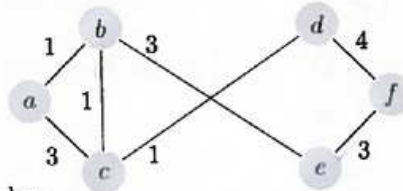
☐ 100.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



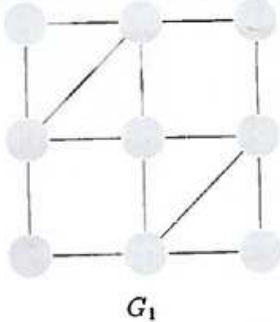
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 7. ☐ 11. ☐ 10. ☒ 9.

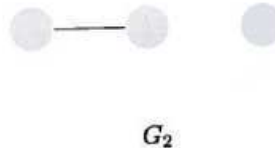
Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
☐ Nenhum dos grafos é euleriano. ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+46/1/30+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Maria Beatriz de Sá Nogueira
LALANDI GONÇALVES
 Número: 42094 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 3.

☒ 4.

☐ 1.

☐ 2.

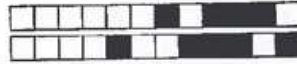
Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ 100.

☐ Nenhum dos valores mencionados.

☒ 99.

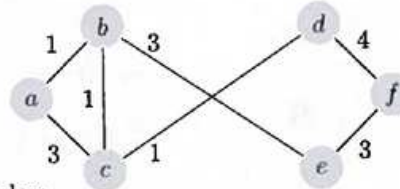
☐ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



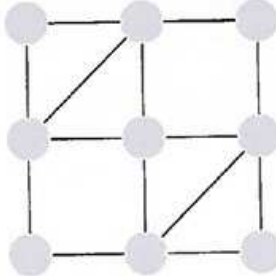
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 11. ☐ 10. ☒ 7. ☐ 9.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☒ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+242/1/58+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ... Maria Carolina Lopes Pereira ...

... Salvo ...

Número: 4.29.19 ... Curso: ... MIEI ...

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ a $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☒ b $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ c $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ d $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☒ a (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ c (1, 2, 2, 3).

☐ b (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ d (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☒ a 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ c 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ b 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ d 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ a 1.

☐ b 3.

☒ c 4.

☐ d 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ a 98.

☐ c 100.

☒ b 99.

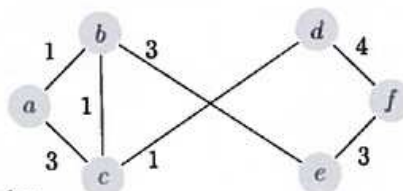
☐ d Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



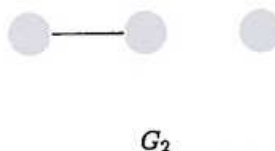
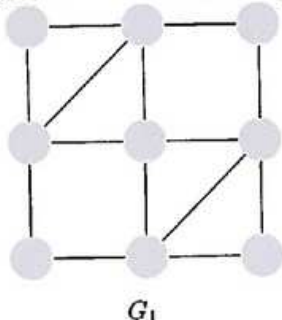
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 7. ☐ 11. ☐ 10. ☒ 9.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+310/1/42+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: MARIA INÊS CAPELA
 SERRA
 Número: 43285 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$ ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1).$
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1).$ ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1). ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).
☐ (1, 2, 2, 3). ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

- ☒ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G . ☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .
☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G . ☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☐ 2. ☐ 1. ☐ 3. ☒ 4.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

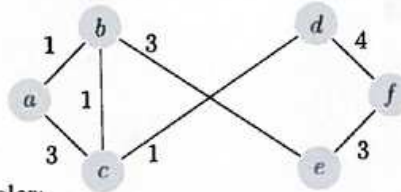
- ☒ 99. ☐ 100.
☐ Nenhum dos valores mencionados. ☐ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



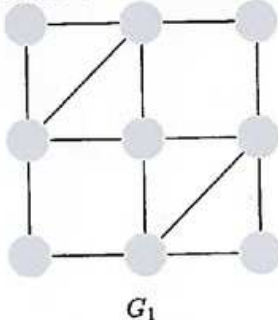
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 11. ☐ 7. ☐ 10. ☒ 9.

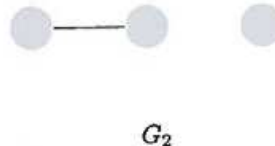
Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano. ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
☐ Nenhum dos grafos é euleriano. ☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+50/1/22+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Mariana Araújo Cabeda

Número: 43103 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1).$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 2.

☐ 3.

☒ 4.

☐ 1.

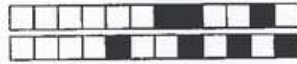
Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ Nenhum dos valores mencionados.

☐ 100.

☒ 99.

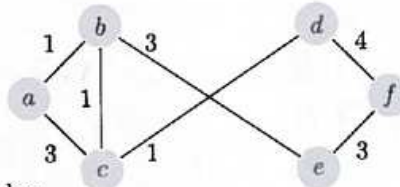
☐ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☐ b) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☐ c) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☒ d) Nenhuma das restantes alíneas.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



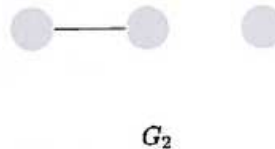
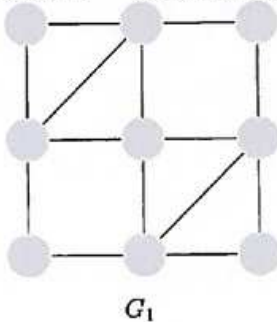
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ a) 9. ☐ b) 11. ☐ c) 7. ☐ d) 10.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ a) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☐ b) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☒ c) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ a) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☒ b) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
☐ c) Nenhum dos grafos é euleriano. ☐ d) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel Afonso Madeira

Número: 43832 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☒ (1, 2, 2, 3).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 3.

☐ 1.

☒ 4.

☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ 99.

☐ Nenhum dos valores mencionados.

☒ 98.

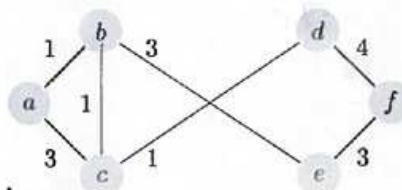
☐ 100.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ Nenhuma das restantes afirmações.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



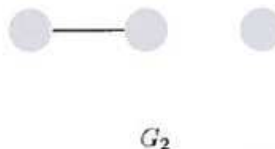
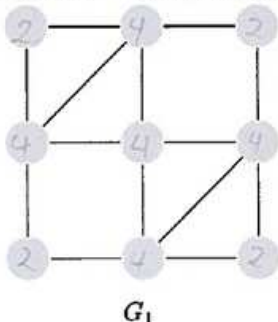
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 10.
- ☒ 9.
- ☐ 7.
- ☐ 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☒ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+171/1/20+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel André dos Santos Loureiro

Número: 42613 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$ ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1).$ ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☒ $(6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).$ ☐ $(1, 2, 2, 3).$
☐ $(6, 4, 2, 2, 1, 1).$ ☐ $(6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).$

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}.$

- ☐ $2, (2, 2), 2, (2, 3), 3$ é um caminho em $G.$ ☐ $1, (1, 4), 4, (4, 3), 3$ é uma cadeia em $G.$
☒ $1, (2, 1), 2, (2, 3), 3$ é uma cadeia em $G.$ ☐ $1, (2, 1), 2, (2, 3), 3$ é um caminho em $G.$

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☒ 1. ☐ 3. ☒ 4. ☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

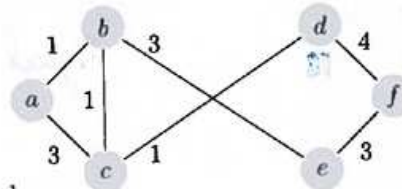
- ☒ 99. ☐ 100.
☐ 98. ☐ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ b) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☒ c) Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ d) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



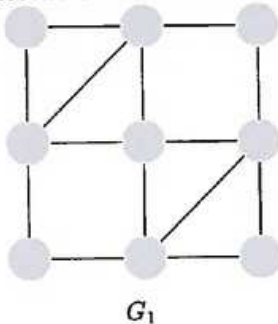
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ a) 11. ☒ b) 9. ☐ c) 10. ☐ d) 7.

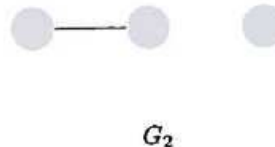
Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ a) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ b) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ c) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☐ d) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ a) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☒ b) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ c) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☐ d) Nenhum dos grafos é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+332/1/58+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel Cosme Leitão Pino

Número: 43642 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☒ 4.

☐ 3.

☐ 2.

☐ 1.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ 98.

☐ 100.

☒ 99.

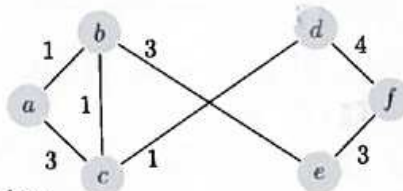
☐ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



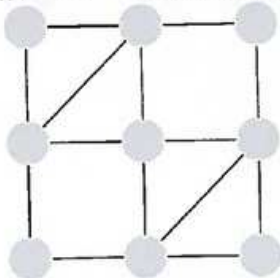
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ 9. ☒ 10. ☐ 11. ☐ 7.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+391/1/60+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	☒	☒	3	3
☒	4	4	4	☒
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	☒	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel David Fonseca Perestrelo Favila Figueira
 Número: 43394 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 2.

☐ 3.

☒ 1.

☒ 4.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ 100.

☒ 99.

☐ Nenhum dos valores mencionados.

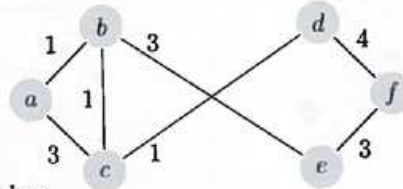
☐ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☐ b) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ c) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ d) Nenhuma das restantes alíneas.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



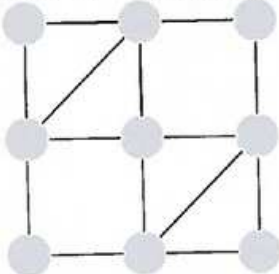
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ a) 9. ☐ b) 10. ☐ c) 11. ☐ d) 7.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ a) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ b) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ c) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☒ d) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☒ a) Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☐ b) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☒ c) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ d) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+39/1/44+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel João Tomé de Faria

Número: 41905 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1).$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☒ 3.

☐ 2.

☒ 4.

☐ 1.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ 98.

☐ 100.

☒ 99.

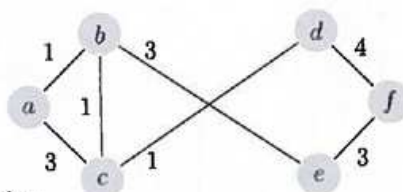
☐ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.
☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



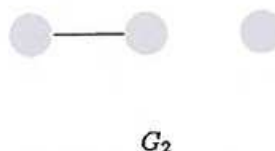
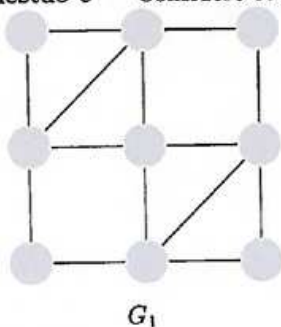
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 11. ☐ 10. ☐ 7. ☒ 9.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano. ☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+326/1/10+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel Pires Egídio Reis

Número: 43125 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$. ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.
- ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$. ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1). ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).
- ☐ (1, 2, 2, 3). ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

- ☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G . ☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .
- ☒ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G . ☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☐ 3. ☒ 1. ☒ 4. ☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

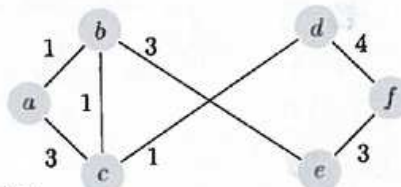
- ☐ 100. ☐ 98.
- ☐ Nenhum dos valores mencionados. ☒ 99.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



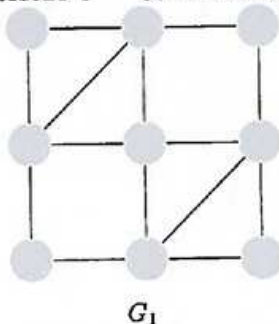
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ 9. ☐ 7. ☐ 10. ☐ 11.

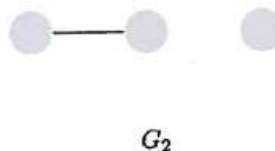
Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☒ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☒ Nenhum dos grafos é euleriano.
☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel Vieira Rodrigues Rosa

Número: 42090

Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☒ 4.

☐ 3.

☐ 2.

☐ 1.

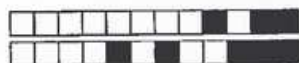
Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ 99.

☐ 100.

☐ 98.

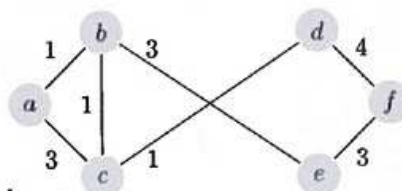
☒ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☒ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



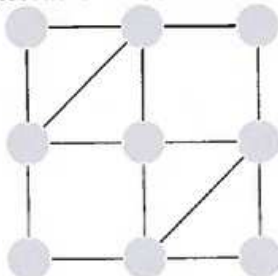
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 11. ☐ 7. ☒ 10. ☒ 9.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+250/1/42+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel de Lemos Dias Rosa
 Anciães
 Número: 43367 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☒ a $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☐ c $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☒ b $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ d $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ a (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ c (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☒ b (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ d (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ a 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ c 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ b 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ d 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☒ b 4.

☐ d 3.

☐ a 1.

☐ c 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ a 100.

☐ c Nenhum dos valores mencionados.

☐ b 98.

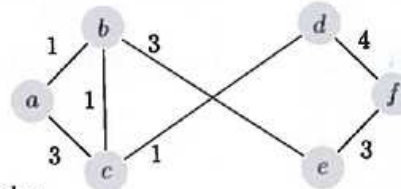
☒ d 99.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ Nenhuma das restantes afirmações.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



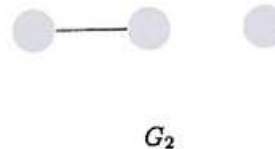
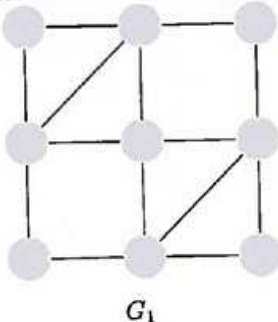
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ 10. ☐ 11. ☒ 9. ☐ 7.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ c e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.