

Análise Matemática II E

2º Teste - 19/12/2009

Deve mudar de folha sempre que mudar de pergunta. Deve apresentar os seus cálculos, argumentos e justificações. Atenção, existem mais perguntas no verso desta folha.

1. Seja $w = f(u, v)$ uma função com derivadas de todas as ordens, para a qual se tem $\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}(3, 0) = -3$, $\frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v}(3, 0) = 3$, $\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}(3, 0) = -1$.
Sendo $u = y + e^{2x}$, $v = xy$, calcule $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}(0, 2)$. [1,5]
2. Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = e^{x-y}$.
 - a) Determine a derivada direccional de f no ponto $(x, y) = (1, 1)$ segundo a direcção do vector $\mathbf{u} = (-1, \sqrt{3})$. [1,5]
 - b) Indique a direcção de crescimento máximo de f no ponto $(1, 1)$. [1]
 - c) Designando por S_1 a superfície definida pela função f , e por S_2 a superfície definida pela equação $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$, determine a equação da recta que é tangente a ambas as superfícies no ponto $(1, 1, 1)$ [1,5]
3.
 - a) Determine os pontos críticos, e verifique se são máximos ou mínimos relativos ou pontos sela, da função $f(x, y) = x^3 + 3x^2 - y^2$. [2]
 - b) Determine os pontos da superfície $xyz = 8$ mais próximos da origem. [2]
4. Considere o integral $\int \int_R (2 - y)e^{x-y^2} dA$, em que R é a região no plano limitada pelas curvas $y = \sqrt{x}$ e $y = x/4$.
 - a) Escreva os dois integrais iterados que são iguais a este integral. [2,5]
 - b) Calcule o integral. [2]

5. Calcule $\int \int_R \cos\left(\frac{x-y}{x+y}\right) dA$, em que R é o triângulo de vértices $(0,0), (1,0), (0,1)$, utilizando a mudança de variáveis $\begin{cases} u = x - y \\ v = x + y \end{cases}$ [3]

6. Converta em coordenadas esféricas o integral

$$\int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_r^2 r^2 dz dr d\theta$$

[3]

ATENÇÃO: Não calcule o integral.