Teoria da Computação

Nome: ____________________
Número: ____________________

Segundo Semestre 2018/2019
Mini-teste 1 (Versão A)
03/04/2019
Duração: 45 Minutos

Classificar (Sim/Não) ____________________

Quem não pretender ter nota nesta prova (ou seja, pretender "desistir") deve indicar em cima que não pretende a prova classificada.

Este enunciado tem 5 páginas (incluindo esta). Apenas volte a página quando o professor assim o disser. Não é permitida a divulgação deste enunciado. A cópia em papel fornecida na prova deverá ficar sempre com um docente depois desta ser realizada (quer esteja preenchido ou não).

A folha de respostas múltiplas está anexa a este enunciado. Qualquer pergunta errada desconta 1/3 do seu valor no total da pontuação obtida com as respostas certas. Não é permitido o uso de qualquer tipo de material auxiliar ou electrónico enquanto estiver na sala em que decorre a prova.

Tabela de Pontuação

Question	Points	Score
1	10	
2	10	
3	10	
4	10	
5	10	
6	10	
7	10	
8	10	
9	10	
10	10	
Total:	100	

1. (10 points) Pretende-se definir o conjunto Z de todos os números inteiros, respeitando o princípio da separação. A definição correspondente é (escolha a verdadeira):

   A. $Z = \mathbb{N}_0 \cup \mathbb{N}_0$

   B. $Z = \{x \in INT \mid x = -x\}$

   C. $Z = \{x \mid \exists y\,(y \in NAT \wedge\ x = -y)\}$

   D. $Z = NAT \cup \{x \mid \exists y\,(y \in NAT \wedge\ x = -y)\}$

   E. Nenhuma das Anteriores

2. (10 points) Seja $\mathcal{A} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. A definição indutiva correcta do conjunto $\mathcal{N}$ das sequências não vazias de algarismos, é:

   A. $a \in \mathcal{A} \rightarrow a \in \mathcal{N}$ e $na \in \mathcal{N}$

   B. $a \in \mathcal{A} \rightarrow a \in \mathcal{N}$ e $(a \in \mathcal{A} \vee n \in \mathcal{N}) \rightarrow na \in \mathcal{N}$

   C. $a \in \mathcal{A} \rightarrow a \in \mathcal{N}$ e $(a \in \mathcal{A} \wedge n \in \mathcal{N}) \rightarrow na \in \mathcal{N}$

   D. $a \in \mathcal{N}$ e $(a \in \mathcal{A} \wedge n \in \mathcal{N}) \rightarrow na \in \mathcal{N}$

   E. Nenhuma das Anteriores

3. (10 points) Considere os conjuntos $\mathcal{N}$ e $\mathcal{A}$ definidos em cima e considere $n \in \mathcal{N}$ e $a, b \in \mathcal{A}$. O símbolo ε denota a sequência vazia.

   A definição indutiva correcta da função rm sobre sequências não vazias de algarismos que remove o algarismo mais à direita de uma sequência não vazia, devolvendo uma sequência não vazia, é:

   A. $rm(a) = \varepsilon$ e $rm(na) = n$

   B. $rm(ab) = a$ e $rm(na) = a$

   C. $rm(ab) = a$ e $rm(na) = n$

   D. $rm(a) = \varepsilon$ e $rm(na) = a$

   E. Nenhuma das Anteriores

4. (10 points) Considere que φ, ψ e δ são fórmulas de primeira ordem. Qual das seguintes fórmulas é de primeira ordem?

   A. $\exists\bot\ ((\varphi \rightarrow \bot) \wedge \psi) \rightarrow \bot$

   B. $\exists\varphi\ ((\varphi \rightarrow \bot) \rightarrow (\psi \vee \delta))$

   C. $\exists\psi\ (((\varphi \vee \psi) \rightarrow \bot) \rightarrow (\varphi \rightarrow \bot))$

   D. $\exists\top\ (((\psi \rightarrow \bot) \vee (\bot \rightarrow \bot)) \rightarrow ((\psi \rightarrow \bot) \vee (\bot \rightarrow \bot)))$

   E. Nenhuma das anteriores

5. (10 points) Qual das seguintes respostas corresponde à derivação correcta da fórmula de primeira ordem $(\texttt{id}(x) = \texttt{fulano}) \ \wedge \ \texttt{eCliente}(x)$ sabendo que a assinatura é tal que: $\texttt{fulano} \in SF_0$, $\texttt{id} \in SF_1$, $\texttt{eCliente} \in SP_1$, $= \in SP_2$ e $x \in X$.

A.

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{x \in X}{x \in T_\Sigma^X}\,(\text{VAR}) \qquad \texttt{id} \in SF_1}{\texttt{id}(x) \in T_\Sigma^X}\,(\text{FUN}) \qquad \dfrac{\texttt{fulano} \in SF_0}{\texttt{fulano} \in T_\Sigma^X}\,(\text{CONST})}{(\texttt{id}(x) = \texttt{fulano}) \in F_\Sigma^X}\,(\text{PRED}) \qquad D}{(\texttt{id}(x) = \texttt{fulano}) \ \wedge \ \texttt{eCliente}(x) \in F_\Sigma^X}\,(\text{CON})$$

Sendo D

$$\dfrac{\dfrac{x \in X}{x \in T_\Sigma^X}\,(\text{VAR}) \qquad \texttt{eCliente} \in SP_1}{\texttt{eCliente}(x) \in F_\Sigma^X}\,(\text{PRED})$$

B.

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{x \in X \qquad \texttt{id} \in SF_1}{\texttt{id}(x) \in T_\Sigma^X}\,(\text{FUN}) \qquad \dfrac{\texttt{fulano} \in SF_0}{\texttt{fulano} \in T_\Sigma^X}\,(\text{CONST})}{(\texttt{id}(x) = \texttt{fulano}) \in F_\Sigma^X}\,(\text{PRED}) \qquad D}{(\texttt{id}(x) = \texttt{fulano}) \ \wedge \ \texttt{eCliente}(x) \in F_\Sigma^X}\,(\text{CON})$$

Sendo D

$$\dfrac{x \in X \qquad \texttt{eCliente} \in SP_1}{\texttt{eCliente}(x) \in F_\Sigma^X}\,(\text{PRED})$$

C.

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{x \in X \qquad \texttt{id} \in SF_1}{\texttt{id}(x) \in T_\Sigma^X}\,(\text{FUN}) \qquad \dfrac{\texttt{fulano} \in SF_0}{\texttt{fulano} \in T_\Sigma^X}\,(\text{CONST}) \qquad = \in SP_2}{(\texttt{id}(x) = \texttt{fulano}) \in F_\Sigma^X}\,(\text{PRED}) \qquad D}{(\texttt{id}(x) = \texttt{fulano}) \ \wedge \ \texttt{eCliente}(x) \in F_\Sigma^X}\,(\text{CON})$$

Sendo D

$$\dfrac{x \in X \qquad \texttt{eCliente} \in SP_1}{\texttt{eCliente}(x) \in F_\Sigma^X}\,(\text{PRED})$$

D.

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{x \in X}{x \in T_\Sigma^X}\,(\text{VAR}) \qquad \texttt{id} \in SF_1}{\texttt{id}(x) \in T_\Sigma^X}\,(\text{FUN}) \qquad \dfrac{\texttt{fulano} \in SF_0}{\texttt{fulano} \in T_\Sigma^X}\,(\text{CONST}) \qquad = \in SP_2}{(\texttt{id}(x) = \texttt{fulano}) \in F_\Sigma^X}\,(\text{PRED}) \qquad D}{(\texttt{id}(x) = \texttt{fulano}) \ \wedge \ \texttt{eCliente}(x) \in F_\Sigma^X}\,(\text{CON})$$

Sendo D

$$\dfrac{\dfrac{x \in X}{x \in T_\Sigma^X}\,(\text{VAR}) \qquad \texttt{eCliente} \in SP_1}{\texttt{eCliente}(x) \in F_\Sigma^X}\,(\text{PRED})$$

E. Nenhuma das anteriores.

Uma loja online permite que os clientes registados definam listas de produtos. Cada cliente é identificado por um nome único e pode ter um número arbitrário de listas.

Uma lista tem um nome (único, nas listas do cliente a que pertence) e um conjunto de nomes de produtos. Inicialmente, o conjunto das listas do novo cliente é vazio.

Considere que o nome da loja, de um cliente, de cada lista e dos produtos são strings.

6. (10 points) A definição correcta do conjunto $LOJA$ de todas as lojas, constituidas por um nome único e um conjunto de clientes, é:

   A. $LOJA \stackrel{\text{def}}{=} NOME \times \wp(CLIENTE)$, sendo $CLIENTE \stackrel{\text{def}}{=} NOME \times \wp(LISTA)$ e $LISTA \stackrel{\text{def}}{=} NOME \times \wp(PRODUTO)$

   B. $LOJA \stackrel{\text{def}}{=} NOME \times CLIENTE$, sendo $CLIENTE \stackrel{\text{def}}{=} NOME \times \wp(LISTA)$ e $LISTA \stackrel{\text{def}}{=} NOME \times \wp(PRODUTO)$

   C. $LOJA \stackrel{\text{def}}{=} NOME \times \wp(CLIENTE)$, sendo $CLIENTE \stackrel{\text{def}}{=} NOME \times LISTA$ e $LISTA \stackrel{\text{def}}{=} NOME \times \wp(PRODUTO)$

   D. $LOJA \stackrel{\text{def}}{=} NOME \times \wp(CLIENTE)$, sendo $CLIENTE \stackrel{\text{def}}{=} NOME \times \wp(LISTA)$ e $LISTA \stackrel{\text{def}}{=} NOME \times PRODUTO$

   E. Nenhuma das anteriores.

7. (10 points) O predicado de primeira ordem que verifica se um cliente, identificado pelo seu nome, existe numa loja, é:

   A. $\texttt{existeCliente}(l, n) \stackrel{\text{def}}{=} \exists c\,(c \in \pi_2(l) \rightarrow n = \pi_1(c))$

   B. $\texttt{existeCliente}(l, n) \stackrel{\text{def}}{=} \forall c\,(c \in \pi_2(l) \land n = \pi_1(c))$

   C. $\texttt{existeCliente}(l, n) \stackrel{\text{def}}{=} \exists c\,(c \in \pi_2(l) \lor n = \pi_1(c))$

   D. $\texttt{existeCliente}(l, n) \stackrel{\text{def}}{=} \forall c\,(c \in \pi_2(l) \lor n = \pi_1(c))$

   E. Nenhuma das anteriores.

8. (10 points) A função que verifica se um cliente, identificado pelo seu nome, existe numa loja, é:

   A. $\texttt{eCliente} \in NOME \times LOJA \rightarrow BOOL$
   $\texttt{eCliente} \stackrel{\text{def}}{=} \{(n, l) \mapsto b \;\mid\; b = \texttt{existeCliente}(l, n)\}$

   B. $\texttt{eCliente} \in NOME \times LOJA \rightarrow \{\top, \bot\}$
   $\texttt{eCliente} \stackrel{\text{def}}{=} \{(n, l) \mapsto b \;\mid\; \texttt{existeCliente}(l, n) \leftrightarrow b = TRUE\}$

   C. $\texttt{eCliente} \in NOME \times LOJA \rightarrow BOOL$
   $$\begin{aligned}\texttt{eCliente} \stackrel{\text{def}}{=} \{(n, l) \mapsto b \mid\; & \\ & \texttt{existeCliente}(l, n) \rightarrow b = TRUE \land \\ & \neg\texttt{existeCliente}(l, n) \rightarrow b = FALSE\}\end{aligned}$$

D. $\texttt{eCliente} \in \mathit{NOME} \times \mathit{LOJA} \to \{\top, \bot\}$

$$\texttt{eCliente} \stackrel{\text{def}}{=} \{(n,l) \mapsto b \mid \texttt{existeCliente}(l,n) \to b = \mathit{TRUE} \wedge \neg\texttt{existeCliente}(l,n) \to b = \mathit{FALSE}\}$$

E. Nenhuma das anteriores.

9. (10 points) A função que remove um cliente, identificado pelo seu nome, numa loja, é:

A. $\texttt{remCliente} \in \mathit{NOME} \times \mathit{LOJA} \to \mathit{LOJA}$
$\texttt{remCliente} \stackrel{\text{def}}{=} \{(n,l) \mapsto l' \mid \exists c\,(\pi_1(c) = n \wedge \texttt{eCliente}(n,l) \wedge l' = (\pi_1(l), \pi_2(l) \setminus \{c\}))\}$

B. $\texttt{remCliente} \in \mathit{NOME} \times \mathit{LOJA} \to \mathit{LOJA}$
$\texttt{remCliente} \stackrel{\text{def}}{=} \{(n,l) \mapsto l' \mid \exists c\,(\pi_1(c) = n \wedge \texttt{eCliente}(n,l) = \mathit{TRUE} \wedge l' = (\pi_1(l), \pi_2(l) \setminus \{c\}))\}$

C. $\texttt{remCliente} \in \mathit{NOME} \times \mathit{LOJA} \to \mathit{LOJA}$
$\texttt{remCliente} \stackrel{\text{def}}{=} \{(n,l) \mapsto l' \mid \pi_1(c) = n \wedge \texttt{eCliente}(n,l) = \mathit{TRUE} \wedge l' = (\pi_1(l), \pi_2(l) \setminus \{c\})\}$

D. $\texttt{remCliente} \in \mathit{NOME} \times \mathit{LOJA} \to \mathit{LOJA}$
$\texttt{remCliente} \stackrel{\text{def}}{=} \{(n,l) \mapsto l' \mid \exists c\,(l' = (\pi_1(l), \pi_2(l) \setminus \{c\}))\}$

E. Nenhuma das anteriores.

10. (10 points) A função que adiciona uma nova lista a um cliente, identificado pelo seu nome, numa loja, é:

A. $\texttt{adCliente} \in \mathit{NOME} \times \mathit{NOME} \times \mathit{LOJA} \to \mathit{LOJA}$

$$\texttt{adCliente} \stackrel{\text{def}}{=} \{(n_c, n_l, s) \mapsto s' \mid \exists c\,(c \in \pi_2(s) \wedge n_c = \pi_1(c) \wedge \neg\texttt{temLista}(c, n_l) \wedge c' = (\pi_1(c), \pi_2(c) \cup \{(n_l, \emptyset)\}))\}$$

com $\texttt{temLista}(c, n_l) = \exists l\,(l \in \pi_2(c) \wedge n_l = \pi_1(l))$

B. $\texttt{adCliente} \in \mathit{NOME} \times \mathit{NOME} \times \mathit{LOJA} \to \mathit{LOJA}$

$$\texttt{adCliente} \stackrel{\text{def}}{=} \{(n_c, n_l, s) \mapsto s' \mid \exists c\,(c \in \pi_2(s) \wedge n_c = \pi_1(c) \wedge \neg\texttt{temLista}(c, n_l) \wedge s' = (\pi_1(s), \pi_2(s) \setminus \{c\} \cup \{(n_l, \emptyset)\}))\}$$

com $\texttt{temLista}(c, n_l) = \exists l\,(l \in \pi_2(c) \wedge n_l = \pi_1(l))$

C. $\texttt{adCliente} \in \mathit{NOME} \times \mathit{NOME} \times \mathit{LOJA} \to \mathit{LOJA}$

$$\texttt{adCliente} \stackrel{\text{def}}{=} \{(n_c, n_l, s) \mapsto s' \mid \exists c\,(c \in \pi_2(s) \wedge n_c = \pi_1(c) \wedge \neg\texttt{temLista}(c, n_l) \wedge s' = (\pi_1(s), \pi_2(s) \setminus \{c\} \cup \{(\pi_1(c), \pi_2(c) \cup \{(n_l, \emptyset)\})\}))\}$$

com $\texttt{temLista}(c, n_l) = \exists l\,(l \in \pi_2(c) \wedge n_l = \pi_1(l))$

D. $\texttt{adCliente} \in \mathit{NOME} \times \mathit{NOME} \times \mathit{LOJA} \to \mathit{LOJA}$

$$\texttt{adCliente} \stackrel{\text{def}}{=} \{(n_c, n_l, s) \mapsto s' \mid \exists c\,(c \in \pi_2(s) \vee n_c = \pi_1(c) \vee \neg\texttt{temLista}(c, n_l) \vee s' = (\pi_1(s), \pi_2(s) \setminus \{c\} \cup \{(\pi_1(c), \pi_2(c) \cup \{(n_l, \emptyset)\})\}))\}$$

com $\texttt{temLista}(c, n_l) = \exists l\,(l \in \pi_2(c) \wedge n_l = \pi_1(l))$

E. Nenhuma das anteriores.