# PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA E 2018/19

Teste 1 13 Abril 2019 **Duração**: 1h 30m + 30m

Nome completo: ________________________________

N.º aluno: __________ Curso: __________

---

Em cada pergunta apenas uma das respostas está correcta. Assinale a sua resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Se pretender anular uma resposta já assinalada, rasure por completo o respectivo quadrado. A cotação para uma resposta correcta e o desconto por uma resposta incorrecta assinala-se à esquerda da pergunta. Uma não resposta nada vale nem desconta. n.a. significa "nenhuma das anteriores".

---

(2.0/0.4) 1. Considere $A$ e $B$ acontecimentos não vazios de um espaço de probabilidades $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, tais que: $P(B) = 0.5$, $P(A \cap B) = 0.1$ e $P(A - B) = 0.1$.

Indique a resposta *incorrecta* de entre as que se seguem:

A $P(A) = 0.2$ B $P(A \cup B) + 2P(A \cap B) = 0.8$ C $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.6$ D $A$ e $B$ são independentes

2. No serviço de urgência de um hospital, os doentes são triados exclusivamente num de três níveis de acordo com os seguintes graus de gravidade: Muito urgente (MU), Urgente (U) ou Pouco urgente (PU). Sabe-se que 30% e 50% dos doentes são triados como U e PU, respectivamente. Dos doentes MU, 40% virão a falecer (F), dos doentes U, 80% não virão a falecer e dos doentes PU, 2% virão a falecer. Para um qualquer doente que compareça a este serviço de urgência,

(0.5/0.1) (a) $P(F|U)$ tem valor:

A 0.24 B 0.2 C 0.5 D n.a.

(1.4/0.3) (b) A probabilidade de vir a falecer tem valor:

A 0.15 B 0.62 C 0.6 D n.a.

(1.1/0.2) (c) Sabendo que o doente faleceu, a probabilidade de ter sido triado ao nível PU tem valor:

A 0.1 B $\approx 0.0667$ C 0.06 D n.a.

3. Numa unidade fabril vidreira são fabricadas canecas, estimando-se em 10% a percentagem de produção defeituosa. As canecas são embaladas em caixas com 6 unidades. Mensalmente, o n.º de interrupções para a manutenção do processo de fabrico tem distribuição de Poisson com uma taxa de 4 interrupções/mês (mês com 4 semanas).

(1.4/0.3) (a) Numa caixa seleccionada ao acaso, a probabilidade de 5 ou mais canecas não terem defeito tem valor:

A 0.885735 B 0.114265 C 0.354294 D n.a.

(1.2/0.2) (b) Num conjunto de 30 caixas, 19 apresentam canecas defeituosas. Numa amostra de *dez* caixas, seleccionadas ao acaso e *sem* reposição de entre as 30, o total de *caixas* com canecas defeituosas tem distribuição:

A $B(60, 0.1)$ B $H(30, 19, 10)$ C $H(30, 10, 19)$ D n.a.

(2.0/0.4) (c) A probabilidade de, em *duas* semanas ser feita no máximo uma interrupção no processo de fabrico tem valor:

A $3\,e^{-2}$ B $5\left(\frac{1}{2}\right)^4$ C $1 - 2\,e^{-4}$ D n.a.

(2.0/0.4) (d) Em *seis* caixas seleccionadas aleatóriamente e com reposição, a probabilidade *aproximada* de se obter um total de 5 canecas defeituosas tem valor:

A $\approx 0.86232$ B $\approx 0.00036$ C $\approx 0.13768$ D n.a.

(1.4/0.2) (e) Deverão ser produzidas sucessivamente $m \in \mathbb{N}$ canecas para que, com probabilidade 0.0729, saia uma defeituosa pela 1ª vez. Então $m$ deve satisfazer:

A $m = 4$ B $m \geq 4$ C $m = 3$ D n.a.

**V.S.F.F.**

4. Seja $(X,Y)$ um par aleatório discreto com a seguinte função de probabilidade conjunta:

| $X \setminus Y$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | $p$ | 0.1 | $p$ |
| 1 | 0.1 | $r$ | 0.1 |

$p, r \in [0,1]$

(1.0/0.2) (a)

[A] $2p + r = 0.7$ [B] $2p + r = 0.5$ [C] $p + r = 0.3$ [D] n.a.

(b) Se $r = 0.3$ e $p = 0.2$,

(1.0/0.2) i. [V] [F] As v.a.'s $X$ e $Y$ não são independentes.

(1.2.0.3) ii. $P(X+Y=2)$ tem valor:

[A] 0.3 [B] 0.2 [C] 0.5 [D] n.a.

(1.2/0.2) iii. Sendo $F_X$ a função distribuição da v.a. $X$, então

[A] $F_X(0.36) = 0.0$ [B] $F_X(0.36) = 1.0$ [C] $F_X(0.36) = 0.3$ [D] n.a.

(1.4/0.3) iv. Indique a resposta <u>*incorrecta*</u> de entre as que se seguem:

[A] $E(X^2Y) = E(XY)$ [B] $cov(X,Y) = 1$ [C] $V\left(-15 + \sqrt{5}Y\right) = 3$ [D] $E(Y) = 2E(X)$

(1.2/0.3) v. [V] [F] A v.a. $X - Y$ tem função de probabilidade $X - Y \begin{cases} -2 & -1 & 0 & 1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.5 & 0.1 \end{cases}$

**Distribuições discretas**

| Distribuição | Parâmetros | Função probabilidade | Suporte | Valor médio | Variância |
|---|---|---|---|---|---|
| $H(N,M,n)$ | $N,M,n \in \mathbb{N}$ | $\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}/\binom{N}{n}$ | $-$ | $nM/N$ | $n\dfrac{M}{N}\left(1-\dfrac{M}{N}\right)\dfrac{N-n}{N-1}$ |
| $B(n,p)$ | $n \in \mathbb{N}, p \in ]0,1[$ | $\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$ | $0 \le k \le n$ | $np$ | $np(1-p)$ |
| $P(\lambda)$ | $\lambda \in \mathbb{R}^+$ | $e^{-\lambda}\lambda^k/k!$ | $k \in \mathbb{N}_0$ | $\lambda$ | $\lambda$ |
| $G(p)$ | $p \in ]0,1[$ | $p(1-p)^{k-1}$ | $k \in \mathbb{N}$ | $1/p$ | $(1-p)/p^2$ |