Teoria da Computação

Aula Teórica 15: Exemplos de aplicação do Algoritmo de Procura de Estados Distinguíveis

António Ravara

Departamento de Informática

8 de Maio de 2019

Apresentação resumida do *APED*

Seja $D = \langle S, \Sigma, \delta, s, F \rangle$.

1. Retiram-se os estados inúteis e as transições de, e para, eles.
2. Aplica-se o Algoritmo de Procura de Estados Distinguíveis. Quadro auxiliar: matriz triangular inferior listando os estados (como nome das):
   - 2.1 colunas - a partir do inicial, por ordem crescente;
   - 2.2 linhas - sem o inicial, por ordem crescente descendente.

   Base (Inicialização): obtém-se o conjunto $Dist \subseteq S \times S$, com
   - 2.1 os pares (s, t) em que $s \in F$ e $t \notin F$;
   - 2.2 os pares (p, q) em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $\delta(p, a)$ definido, mas $\delta(q, a)$ indefinido.

   Passo (iterativo): para cada $(p, q) \in Dist$
   - 2.1 acrescenta-se o par (p', q') em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $p = \delta(p', a)$ e $q = \delta(q', a)$;
   - 2.2 o algoritmo termina quando já não for possível identificar novos pares.

Apresentação resumida do *APED*

Seja $D = \langle S, \Sigma, \delta, s, F \rangle$.

1. Retiram-se os estados inúteis e as transições de, e para, eles.
2. Aplica-se o Algoritmo de Procura de Estados Distinguíveis. Quadro auxiliar: matriz triangular inferior listando os estados (como nome das):
   2.1 colunas - a partir do inicial, por ordem crescente;
   2.2 linhas - sem o inicial, por ordem crescente descendente.

   Base (Inicialização): obtém-se o conjunto $Dist \subseteq S \times S$, com
   2.1 os pares (s, t) em que $s \in F$ e $t \notin F$;
   2.2 os pares (p, q) em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $\delta(p, a)$ definido, mas $\delta(q, a)$ indefinido.

   Passo (iterativo): para cada $(p, q) \in Dist$
   2.1 acrescenta-se o par (p', q') em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $p = \delta(p', a)$ e $q = \delta(q', a)$;
   2.2 o algoritmo termina quando já não for possível identificar novos pares.

Apresentação resumida do *APED*

Seja $D = \langle S, \Sigma, \delta, s, F \rangle$.

1. Retiram-se os estados inúteis e as transições de, e para, eles.
2. Aplica-se o Algoritmo de Procura de Estados Distinguíveis.
   Quadro auxiliar: matriz triangular inferior listando os estados (como nome das):
   2.1 colunas - a partir do inicial, por ordem crescente;
   2.2 linhas - sem o inicial, por ordem crescente descendente.
   Base (Inicialização): obtém-se o conjunto $Dist \subseteq S \times S$, com
   2.1 os pares (s, t) em que $s \in F$ e $t \notin F$;
   2.2 os pares (p, q) em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $\delta(p, a)$ definido, mas $\delta(q, a)$ indefinido.
   Passo (iterativo): para cada $(p, q) \in Dist$
   2.1 acrescenta-se o par (p', q') em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $p = \delta(p', a)$ e $q = \delta(q', a)$;
   2.2 o algoritmo termina quando já não for possível identificar novos pares.

Apresentação resumida do *APED*

Seja $D = \langle S, \Sigma, \delta, s, F \rangle$.

1. Retiram-se os estados inúteis e as transições de, e para, eles.
2. Aplica-se o Algoritmo de Procura de Estados Distinguíveis. Quadro auxiliar: matriz triangular inferior listando os estados (como nome das):
   2.1 colunas - a partir do inicial, por ordem crescente;
   2.2 linhas - sem o inicial, por ordem crescente descendente.

   Base (Inicialização): obtém-se o conjunto $Dist \subseteq S \times S$, com
   2.1 os pares (s, t) em que $s \in F$ e $t \notin F$;
   2.2 os pares (p, q) em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $\delta(p, a)$ definido, mas $\delta(q, a)$ indefinido.

   Passo (iterativo): para cada $(p, q) \in Dist$
   2.1 acrescenta-se o par (p', q') em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $p = \delta(p', a)$ e $q = \delta(q', a)$;
   2.2 o algoritmo termina quando já não for possível identificar novos pares.

Apresentação resumida do *APED*

Seja $D = \langle S, \Sigma, \delta, s, F \rangle$.

1. Retiram-se os estados inúteis e as transições de, e para, eles.
2. Aplica-se o Algoritmo de Procura de Estados Distinguíveis. Quadro auxiliar: matriz triangular inferior listando os estados (como nome das):
   2.1 colunas - a partir do inicial, por ordem crescente;
   2.2 linhas - sem o inicial, por ordem crescente descendente.

   Base (Inicialização): obtém-se o conjunto $Dist \subseteq S \times S$, com
   2.1 os pares (s, t) em que $s \in F$ e $t \notin F$;
   2.2 os pares (p, q) em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $\delta(p, a)$ definido, mas $\delta(q, a)$ indefinido.

   Passo (iterativo): para cada $(p, q) \in Dist$
   2.1 acrescenta-se o par (p', q') em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $p = \delta(p', a)$ e $q = \delta(q', a)$;
   2.2 o algoritmo termina quando já não for possível identificar novos pares.

Apresentação resumida do *APED*

Seja $D = \langle S, \Sigma, \delta, s, F \rangle$.

1. Retiram-se os estados inúteis e as transições de, e para, eles.
2. Aplica-se o Algoritmo de Procura de Estados Distinguíveis. Quadro auxiliar: matriz triangular inferior listando os estados (como nome das):
   2.1 colunas - a partir do inicial, por ordem crescente;
   2.2 linhas - sem o inicial, por ordem crescente descendente.

   Base (Inicialização): obtém-se o conjunto $Dist \subseteq S \times S$, com
   2.1 os pares (s, t) em que $s \in F$ e $t \notin F$;
   2.2 os pares (p, q) em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $\delta(p, a)$ definido, mas $\delta(q, a)$ indefinido.

   Passo (iterativo): para cada $(p, q) \in Dist$
   2.1 acrescenta-se o par (p', q') em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $p = \delta(p', a)$ e $q = \delta(q', a)$;
   2.2 o algoritmo termina quando já não for possível identificar novos pares.

Apresentação resumida do *APED*

Seja $D = \langle S, \Sigma, \delta, s, F \rangle$.

1. Retiram-se os estados inúteis e as transições de, e para, eles.
2. Aplica-se o Algoritmo de Procura de Estados Distinguíveis.
   Quadro auxiliar: matriz triangular inferior listando os estados (como nome das):
   2.1 colunas - a partir do inicial, por ordem crescente;
   2.2 linhas - sem o inicial, por ordem crescente descendente.

   Base (Inicialização): obtém-se o conjunto $Dist \subseteq S \times S$, com
   2.1 os pares (s, t) em que $s \in F$ e $t \notin F$;
   2.2 os pares (p, q) em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $\delta(p, a)$ definido, mas $\delta(q, a)$ indefinido.

   Passo (iterativo): para cada $(p, q) \in Dist$
   2.1 acrescenta-se o par (p', q') em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $p = \delta(p', a)$ e $q = \delta(q', a)$;
   2.2 o algoritmo termina quando já não for possível identificar novos pares.

Apresentação resumida do *APED*

Seja $D = \langle S, \Sigma, \delta, s, F \rangle$.

1. Retiram-se os estados inúteis e as transições de, e para, eles.
2. Aplica-se o Algoritmo de Procura de Estados Distinguíveis.
   Quadro auxiliar: matriz triangular inferior listando os estados (como nome das):
   2.1 colunas - a partir do inicial, por ordem crescente;
   2.2 linhas - sem o inicial, por ordem crescente descendente.
   Base (Inicialização): obtém-se o conjunto $Dist \subseteq S \times S$, com
   2.1 os pares (s, t) em que $s \in F$ e $t \notin F$;
   2.2 os pares (p, q) em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $\delta(p, a)$ definido, mas $\delta(q, a)$ indefinido.
   Passo (iterativo): para cada $(p, q) \in Dist$
   2.1 acrescenta-se o par (p', q') em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $p = \delta(p', a)$ e $q = \delta(q', a)$;
   2.2 o algoritmo termina quando já não for possível identificar novos pares.

Apresentação resumida do *APED*

Seja $D = \langle S, \Sigma, \delta, s, F \rangle$.

1. Retiram-se os estados inúteis e as transições de, e para, eles.
2. Aplica-se o Algoritmo de Procura de Estados Distinguíveis.
   Quadro auxiliar: matriz triangular inferior listando os estados (como nome das):
   2.1 colunas - a partir do inicial, por ordem crescente;
   2.2 linhas - sem o inicial, por ordem crescente descendente.

   Base (Inicialização): obtém-se o conjunto $Dist \subseteq S \times S$, com
   2.1 os pares (s, t) em que $s \in F$ e $t \notin F$;
   2.2 os pares (p, q) em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $\delta(p, a)$ definido, mas $\delta(q, a)$ indefinido.

   Passo (iterativo): para cada $(p, q) \in Dist$
   2.1 acrescenta-se o par (p', q') em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $p = \delta(p', a)$ e $q = \delta(q', a)$;
   2.2 o algoritmo termina quando já não for possível identificar novos pares.

Apresentação resumida do *APED*

Seja $D = \langle S, \Sigma, \delta, s, F \rangle$.

1. Retiram-se os estados inúteis e as transições de, e para, eles.
2. Aplica-se o Algoritmo de Procura de Estados Distinguíveis.
   Quadro auxiliar: matriz triangular inferior listando os estados (como nome das):
   - 2.1 colunas - a partir do inicial, por ordem crescente;
   - 2.2 linhas - sem o inicial, por ordem crescente descendente.

   Base (Inicialização): obtém-se o conjunto $Dist \subseteq S \times S$, com
   - 2.1 os pares (s, t) em que $s \in F$ e $t \notin F$;
   - 2.2 os pares (p, q) em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $\delta(p, a)$ definido, mas $\delta(q, a)$ indefinido.

   Passo (iterativo): para cada $(p, q) \in Dist$
   - 2.1 acrescenta-se o par (p', q') em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $p = \delta(p', a)$ e $q = \delta(q', a)$;
   - 2.2 o algoritmo termina quando já não for possível identificar novos pares.

Apresentação resumida do *APED*

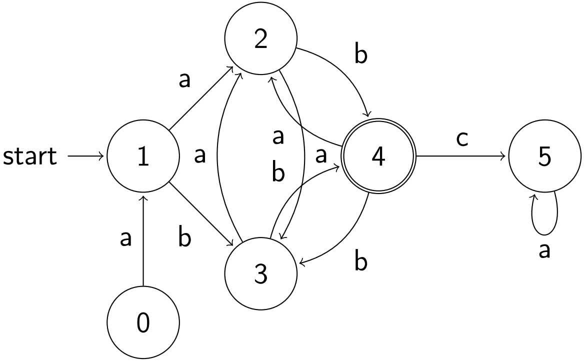
Seja $D = \langle S, \Sigma, \delta, s, F \rangle$.

1. Retiram-se os estados inúteis e as transições de, e para, eles.
2. Aplica-se o Algoritmo de Procura de Estados Distinguíveis.
   Quadro auxiliar: matriz triangular inferior listando os estados (como nome das):
   - 2.1 colunas - a partir do inicial, por ordem crescente;
   - 2.2 linhas - sem o inicial, por ordem crescente descendente.

   Base (Inicialização): obtém-se o conjunto $Dist \subseteq S \times S$, com
   - 2.1 os pares (s, t) em que $s \in F$ e $t \notin F$;
   - 2.2 os pares (p, q) em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $\delta(p, a)$ definido, mas $\delta(q, a)$ indefinido.

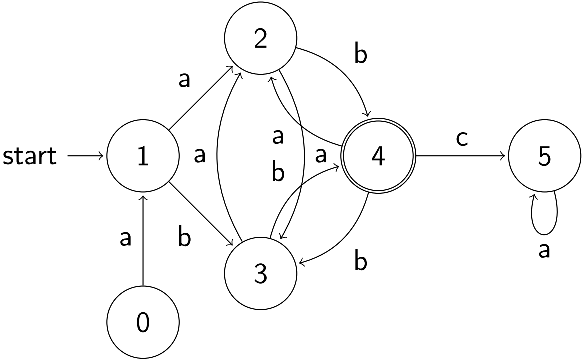
   Passo (iterativo): para cada $(p, q) \in Dist$
   - 2.1 acrescenta-se o par (p', q') em que, para alguma acção $a \in \Sigma$ se tem $p = \delta(p', a)$ e $q = \delta(q', a)$;
   - 2.2 o algoritmo termina quando já não for possível identificar novos pares.

Eliminação de estados inúteis



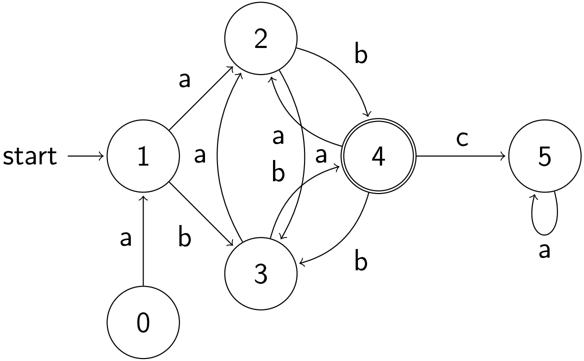
- O estado 0 não é acessível, logo não é útil;
- O estado 5 não é produtivo, logo não é útil.

Eliminação de estados inúteis



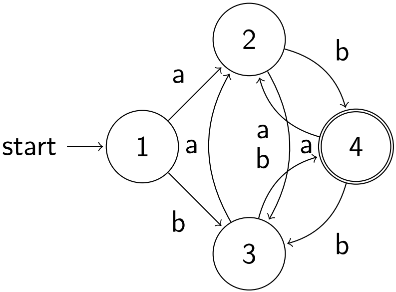
- O estado 0 não é acessível, logo não é útil;
- O estado 5 não é produtivo, logo não é útil.

Eliminação de estados inúteis



- O estado 0 não é acessível, logo não é útil;
- O estado 5 não é produtivo, logo não é útil.

Inicialização do *APED*



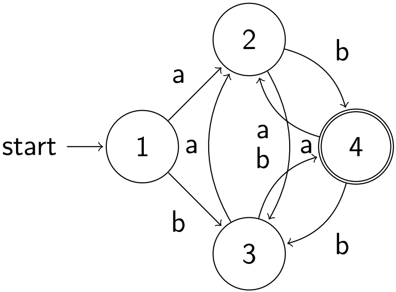
δ	a	b
1	2	3
2	3	4
3	2	4
4	2	3

Pares de estados:

1. final / não final
   $I_1 = \{(1,4),(2,4),(3,4)\}$
2. faz / não faz dada acção
   $I_2 = \emptyset$, porque δ é total.

2		.	.
3			.
4	x	x	x
	1	2	3

Inicialização do *APED*



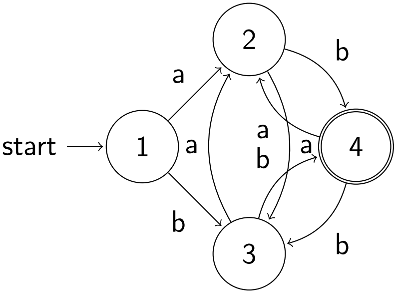
δ	a	b
1	2	3
2	3	4
3	2	4
4	2	3

Pares de estados:

1. final / não final
   $I_1 = \{(1,4),(2,4),(3,4)\}$
2. faz / não faz dada acção
   $I_2 = \emptyset$, porque δ é total.

2		·	·
3			·
4	x	x	x
	1	2	3

Inicialização do *APED*



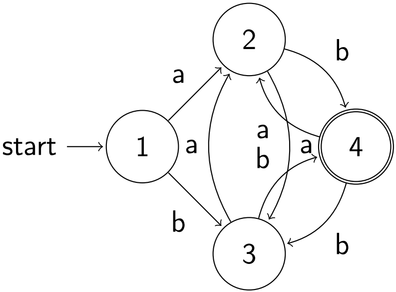
δ	a	b
1	2	3
2	3	4
3	2	4
4	2	3

Pares de estados:

1. final / não final
   $I_1 = \{(1,4),(2,4),(3,4)\}$
2. faz / não faz dada acção
   $I_2 = \emptyset$, porque δ é total.

2		·	·
3			·
4	x	x	x
	1	2	3

Inicialização do *APED*



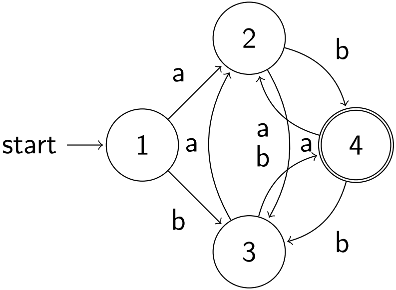
δ	a	b
1	2	3
2	3	4
3	2	4
4	2	3

Pares de estados:

1. final / não final
   $I_1 = \{(1,4),(2,4),(3,4)\}$
2. faz / não faz dada acção
   $I_2 = \emptyset$, porque δ é total.

2		·	·
3			·
4	x	x	x
	1	2	3

Iteração do *APED*: primeiro passo

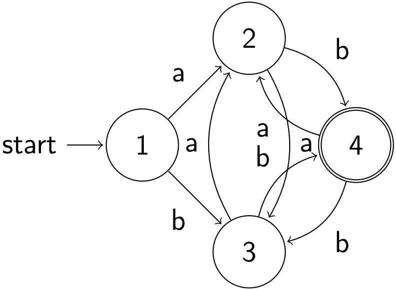


δ	a	b
1	2	3
2	3	4
3	2	4
4	2	3

1. O par $(1,4)$ não gera mais nenhum par distinguível, pois não existe nenhum estado s tal que $\delta(s,a) = 1$ ou $\delta(s,b) = 1$.
2. Como $(2,4)$ não ocorre em nenhuma coluna do δ, não gera mais nenhum par.
3. Por b de $(3,4)$ obtém-se $(1,2)$, $(1,3)$, $(2,4)$ e $(3,4)$.

2	y	·	·
3	y		·
4	x	x	x
	1	2	3

Iteração do *APED*: primeiro passo

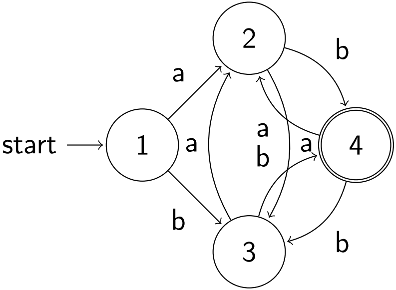


δ	a	b
1	2	3
2	3	4
3	2	4
4	2	3

1. O par $(1, 4)$ não gera mais nenhum par distinguível, pois não existe nenhum estado s tal que $\delta(s, a) = 1$ ou $\delta(s, b) = 1$.
2. Como $(2, 4)$ não ocorre em nenhuma coluna do δ, não gera mais nenhum par.
3. Por b de $(3, 4)$ obtém-se $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(2, 4)$ e $(3, 4)$.

2	y	·	·
3	y		·
4	x	x	x
	1	2	3

Iteração do *APED*: primeiro passo

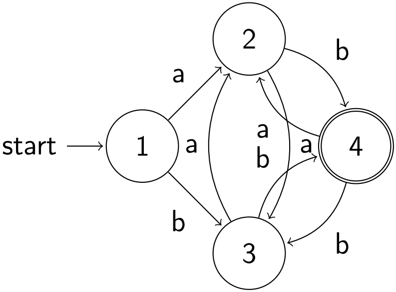


δ	a	b
1	2	3
2	3	4
3	2	4
4	2	3

1. O par $(1,4)$ não gera mais nenhum par distinguível, pois não existe nenhum estado s tal que $\delta(s,a) = 1$ ou $\delta(s,b) = 1$.
2. Como $(2,4)$ não ocorre em nenhuma coluna do δ, não gera mais nenhum par.
3. Por b de $(3,4)$ obtém-se $(1,2)$, $(1,3)$, $(2,4)$ e $(3,4)$.

2	y	·	·
3	y		·
4	x	x	x
	1	2	3

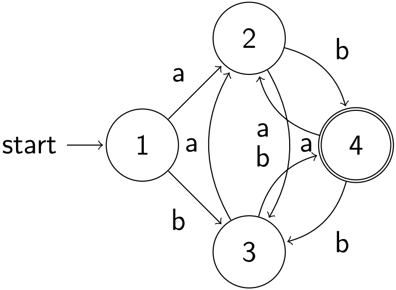
Iteração do *APED*: segundo passo



1. Como não existe nenhum estado s tal que $\delta(s, a) = 1$ ou $\delta(s, b) = 1$, o estado $(1, 2)$ não gera mais nenhum par distinguível.
2. Pela mesma razão o estado $(1, 3)$ não gera mais nenhum par distinguível.
3. Como esta iteração não alterou *Dist*, o algoritmo termina.

Conclui-se que os estados 2 e 3 são equivalentes.

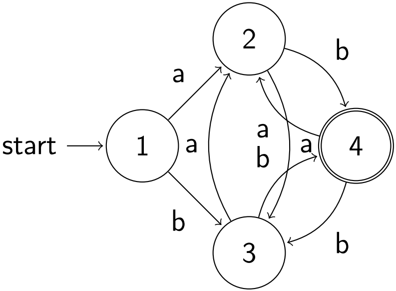
Iteração do *APED*: segundo passo



1. Como não existe nenhum estado s tal que $\delta(s, a) = 1$ ou $\delta(s, b) = 1$, o estado $(1, 2)$ não gera mais nenhum par distinguível.
2. Pela mesma razão o estado $(1, 3)$ não gera mais nenhum par distinguível.
3. Como esta iteração não alterou *Dist*, o algoritmo termina.

Conclui-se que os estados 2 e 3 são equivalentes.

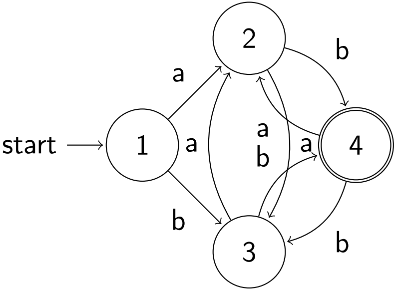
Iteração do *APED*: segundo passo



1. Como não existe nenhum estado s tal que $\delta(s, a) = 1$ ou $\delta(s, b) = 1$, o estado $(1, 2)$ não gera mais nenhum par distinguível.
2. Pela mesma razão o estado $(1, 3)$ não gera mais nenhum par distinguível.
3. Como esta iteração não alterou *Dist*, o algoritmo termina.

Conclui-se que os estados 2 e 3 são equivalentes.

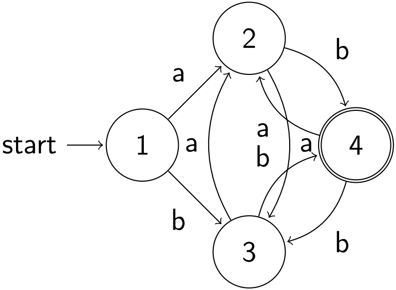
Iteração do *APED*: segundo passo



1. Como não existe nenhum estado s tal que $\delta(s, a) = 1$ ou $\delta(s, b) = 1$, o estado $(1, 2)$ não gera mais nenhum par distinguível.
2. Pela mesma razão o estado $(1, 3)$ não gera mais nenhum par distinguível.
3. Como esta iteração não alterou *Dist*, o algoritmo termina.

Conclui-se que os estados 2 e 3 são equivalentes.

Iteração do *APED*: segundo passo



1. Como não existe nenhum estado s tal que $\delta(s, a) = 1$ ou $\delta(s, b) = 1$, o estado $(1, 2)$ não gera mais nenhum par distinguível.
2. Pela mesma razão o estado $(1, 3)$ não gera mais nenhum par distinguível.
3. Como esta iteração não alterou *Dist*, o algoritmo termina.

Conclui-se que os estados 2 e 3 são equivalentes.

Eliminação de estados equivalentes

1. Apaga-se um dos estados (neste caso o 3, por exemplo).
2. Todas as transições que iam para 3 passam a ir para 2.
3. As transições que saiam de 3 desaparecem, porque restringimos δ ao novo conjunto de estados (sem o 3, neste caso).

Eliminação de estados equivalentes

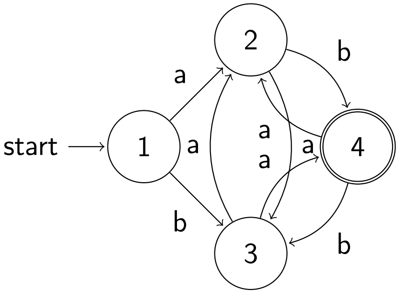
1. Apaga-se um dos estados (neste caso o 3, por exemplo).
2. Todas as transições que iam para 3 passam a ir para 2.
3. As transições que saiam de 3 desaparecem, porque restringimos δ ao novo conjunto de estados (sem o 3, neste caso).

Eliminação de estados equivalentes

1. Apaga-se um dos estados (neste caso o 3, por exemplo).
2. Todas as transições que iam para 3 passam a ir para 2.
3. As transições que saiam de 3 desaparecem, porque restringimos δ ao novo conjunto de estados (sem o 3, neste caso).

Eliminação de estados equivalentes

1. Apaga-se um dos estados (neste caso o 3, por exemplo).
2. Todas as transições que iam para 3 passam a ir para 2.
3. As transições que saiam de 3 desaparecem, porque restringimos δ ao novo conjunto de estados (sem o 3, neste caso).



Eliminação de estados equivalentes

1. Apaga-se um dos estados (neste caso o 3, por exemplo).
2. Todas as transições que iam para 3 passam a ir para 2.
3. As transições que saiam de 3 desaparecem, porque restringimos δ ao novo conjunto de estados (sem o 3, neste caso).