



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA  
Departamento de Matemática

## INTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

### Exame de Recurso

03 de janeiro de 2013 - Duração: 3 horas

**ATENÇÃO :** QUALQUER FRAUDE DETETADA NESTA PROVA IMPLICARÁ A REPROVAÇÃO NO CORRENTE ANO LETIVO NESTA UNIDADE CURRICULAR E SERÁ PARTICIPADA AO CONSELHO EXECUTIVO PARA PROCEDIMENTO DISCIPLINAR.

## 1ª Parte

### I

A Fuel Sul, fabricante nº 1 de lubrificantes da margem Sul produz lubrificantes para automóveis e filtros de óleo.

A capacidade de produção semanal de cada uma das suas 3 fábricas F1, F2 e F3, assim como as necessidades semanais dos seus clientes, A, B, C, localizados em vários pontos do país, encontram-se expressos na tabela seguinte.

Produtos	Produção			Necessidades		
	F1	F2	F3	A	B	C
Lubrificantes para automóveis (kl)	25	17	32	14	36	20
Filtros de óleo (unidades)	1800	1750	1500	950	1200	2800

O custo de transporte de lubrificante das fábricas para os clientes, expresso em unidades monetárias por quilolitro (u.m./kl) é apresentado na tabela seguinte.

Fábrica \ Cliente	A	B	C
F1	9	6	8
F2	6	7	5
F3	4	12	11

Sabe-se que o custo de transporte de cada filtro de óleo entre uma Fábrica e um Cliente é igual a 1% do correspondente custo de transporte de 1 kl de lubrificante.

**a)** Sabendo que se pretende determinar o plano semanal de transporte que minimiza o custo total, formule o problema como um modelo de Programação Linear que poderá incluir variáveis inteiras e / ou binárias.

**(2,0)**

**b)** Imagine que a gerência da Fuel Sul decidiu que se não se satisfizer completamente as necessidades de filtros de óleo do Cliente C a partir de F2 e F3, então as necessidades de lubrificantes para automóveis desse Cliente devem ser completamente satisfeitas a partir de F3. Como poderia modelar esta exigência?

**(1,0)**

## II

**1** – Considere o seguinte problema de Programação Linear e o correspondente Quadro do Simplex ótimo, onde  $F_i$  representa a variável de folga correspondente à  $i$ -ésima restrição:

$$\begin{aligned} \text{Max } F &= -3X + 6Y - Z \\ \text{sujeito a:} \\ -X + 3Y + 2Z &\leq 12 \\ 2X - Y + Z &\leq 7 \\ X - 2Y + Z &\leq 5 \\ X, Y, Z &\geq 0 \end{aligned}$$

	X	Y	Z	F1	F2	F3	T.I.
Y	-1/3	1	2/3	1/3	0	0	4
F2	5/3	0	5/3	1/3	1	0	11
F3	1/3	0	7/3	2/3	0	1	13
F	1	0	5	2	0	0	24

a) Suponha que ao problema se acrescentou a restrição  $-X + 3Y + 3Z \leq 2$ . Será que se mantém a solução ótima anteriormente apresentada? Justifique e, em caso negativo, determine a nova solução ótima.

**(2,0)**

b) Retome o problema original, i.e., sem a restrição adicional da alínea a). Admita que o coeficiente da variável Y na função objetivo deixa de ser 6 e passa a ser  $\theta$  ( $\theta \in \mathbb{R}$ ). Determine para que valores desse parâmetro a solução ótima indicada se mantém ótima.

**(2,0)**

**2** – Considere o seguinte problema de transportes de um dado produto, cujos custos de transporte (em u.m.), das fábricas F1, F2 e F3 para os clientes A, B e C, se encontram na tabela seguinte.

Fábrica \ Cliente	Custos (u.m.)		
	A	B	C
F1	5	2	3
F2	8	5	5
F3	6	1	2

A capacidade de produção semanal de cada uma das 3 fábricas F1, F2 e F3, é de respetivamente, 32, 10 e 28 unidades. Os clientes A, B e C necessitam semanalmente de 23, 15 e 32 unidades, respetivamente.

“A solução  $x_{F1A} = 23$ ;  $x_{F1C} = 9$ ;  $x_{F2C} = 10$ ;  $x_{F3B} = 15$ ;  $x_{F3C} = 13$  é uma solução ótima do problema”.

Comente a afirmação e resolva o problema dado.

**(3,0)**



## 2ª Parte

### III

O gestor da Fuel Sul está a planear a aquisição de novos veículos de transporte para a empresa. Os custos de transporte da empresa serão função do tipo de veículos escolhidos e da quantidade de encomendas que os clientes venham a colocar à empresa. No quadro seguinte indica-se os valores dos custos previstos (em u.m.).

Tipo de Veículos	Nível de encomendas			
	Muito Fraco	Fraco	Normal	Bom
I	230	50	10	5
II	150	100	80	30
III	130	110	70	50

**a)** Sabendo que o gestor da Fuel Sul não se considera muito otimista, que tipo de veículos lhe recomendaria? Justifique.

**(1,5)**

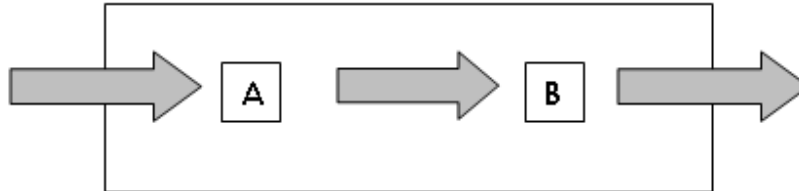
**b)** O gestor da Fuel Sul estima que as probabilidades do nível de encomendas ser “Muito Fraco”, ou “Fraco”, ou “Normal” são iguais e que a probabilidade de o nível de encomendas ser “Bom” é metade da probabilidade de o nível de encomendas ser “Normal”.

Neste contexto, qual o tipo de veículos que recomendaria ao gestor? Justifique.

**(1,5)**

## IV

Considere o sistema de filas de espera (do tipo M/M/s) que se esquematiza abaixo:



Sabe-se que tem **1** servidor a atender na fila A, com uma duração média de atendimento de 3 minutos por cliente e que tem **s** servidores a atender na fila B, cada um deles com uma duração média de atendimento de 5 minutos por cliente.

Sabe-se que a probabilidade de o setor A estar sem qualquer cliente é de 5 %.

**a)** Caraterize o processo de entradas no sistema.

**(1,5)**

[ Caso não tenha resolvido a alínea a), assuma nas alíneas seguintes que a taxa média de chegadas ao sistema é igual a 15 clientes / h. ]

**b)** Sabe-se que a probabilidade de o sistema estar sem qualquer cliente é de 1,01 %.

Imagine que dispõe de uma folha de cálculo que lhe permite calcular as medidas de desempenho associadas a uma fila de espera do tipo M/M/s.

Indique, cuidadosamente, como poderia determinar o número de servidores, **s**, a atender na fila B.

**(1,5)**

**c)** Sabe-se que o número esperado de clientes no setor B é igual a 1,64.

Determine, justificando sucintamente, o tempo médio de permanência de um cliente no sistema.

**(1,5)**

**Formulário:**

**Modelo M/M/1:**  $L = \frac{\rho}{1 - \rho}$

**Fórmula de Pollaczek-Khintchine:**  $L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1 - \rho)}$

NºCaderno:



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA  
Departamento de Matemática

## INTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

Exame de Recurso

03 de janeiro de 2013

Nome: \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_

ATENÇÃO : QUALQUER FRAUDE DETETADA NESTA PROVA IMPLICARÁ A REPROVAÇÃO NO CORRENTE ANO LETIVO NESTA UNIDADE CURRICULAR E SERÁ PARTICIPADA AO CONSELHO EXECUTIVO PARA PROCEDIMENTO DISCIPLINAR.

**Resposta ao Grupo V exclusivamente nesta folha!**

### V

Considere um processo de chegadas de clientes a uma dada empresa, caracterizado por intervalos de tempo entre chegadas consecutivas com distribuição Gama( $n = 3$ ;  $\lambda = 0,1$ ) (min.).

Sabe-se, ainda, que a receita associada a um cliente da referida empresa pode ser considerada com distribuição Uniforme  $[10; 50]$  (€).

Notas:

- 1) Se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são variáveis aleatórias i.i.d. tais que  $X_1 \sim X_2 \sim \dots \sim X_n \sim \text{Exponencial}(\lambda)$ , então  $X_1 + X_2 + \dots + X_n \sim \text{Gama}(n; \lambda)$ .
- 2) Se  $X \sim \text{Exponencial}(\lambda)$ , então  $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x}$ ,  $x > 0$ .

**a)** Utilizando alguns dos NPA's seguintes proceda à geração da **receita** correspondente a um cliente desta empresa.

<b>0,87476</b>	<b>0,2465</b>	<b>0,0955</b>	<b>0,2459</b>
----------------	---------------	---------------	---------------

**(1,0)**

**b)** Utilizando alguns dos NPA's seguintes e o Método da Inversão, proceda à geração de um intervalo de tempo entre duas chegadas consecutivas.

<b>0,7906</b>	<b>0,2375</b>	<b>0,4355</b>	<b>0,2619</b>
---------------	---------------	---------------	---------------

**(1,5)**