



ATENÇÃO: QUALQUER FRAUDE DETETADA NESTA PROVA IMPLICARÁ A REPROVAÇÃO NO CORRENTE ANO LETIVO NESTA UNIDADE CURRICULAR E SERÁ PARTICIPADA AO CONSELHO EXECUTIVO PARA PROCEDIMENTO DISCIPLINAR.

I

Considere o seguinte problema (P) de Programação Linear

$$\begin{array}{llllll} \text{Max } F = & -2x & + & y & - & z \\ \text{s.a} & 2x & + & 2y & - & z \leq 10 \\ & x & + & 3y & - & z \geq 5 \\ & x, & & y, & & z \geq 0 \end{array}$$

a) Sabendo que a solução ótima é $(x^*, y^*, z^*) = (0, 5, 0)$, escreva o quadro ótimo do Simplex para este problema.

(1,5)

$$\begin{array}{ll} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 3/4 & -1/2 \\ -1/4 & 1/2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 \\ 1 & -2/3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 1/2 & -1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 3/2 & -1 \end{bmatrix} \end{array}$$

b) Admita que o termo independente da 1ª restrição passou a ser θ , com $\theta \in \mathbb{R}$. Determine para que valores do parâmetro θ , o problema paramétrico e o problema original (P) apresentam a mesma base ótima.

(1,5)

II

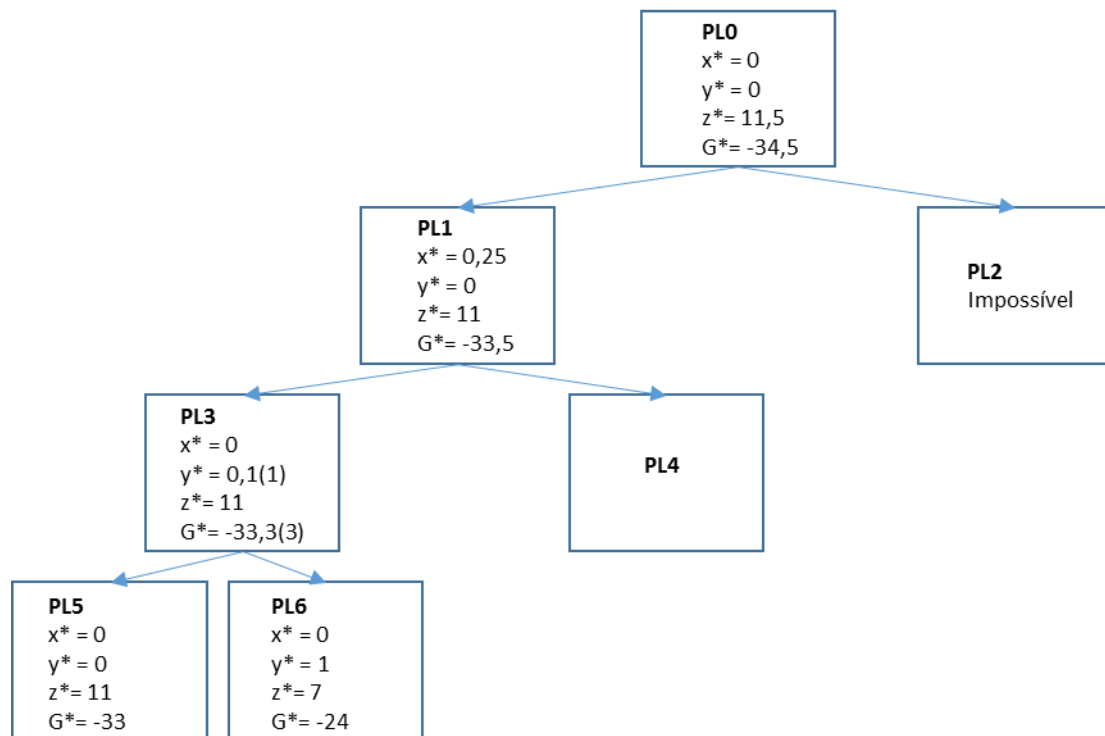
Considere o problema (Q) de Programação Linear Inteira

$$\begin{array}{llllll} \text{??? } G = & -2x & - & 3y & - & 3z \\ \text{s.a} & 5x & + & 7y & + & z \leq 35 \\ & 4x & + & 9y & + & 2z \leq 23 \\ & x, & & y, & & z \geq 0 \text{ e inteiros} \end{array}$$

cuja árvore de pesquisa correspondente à sua resolução pelo método Branch & Bound se começou a esboçar:



Virar s.f.f.



a) Indique justificando, se a função objetivo deste problema é de maximização ou de minimização.

(0,5)

b) Escreva a formulação do subproblema PL4.

(0,5)

c) Indique justificando, se é possível identificar uma solução ótima para o problema inteiro (Q) com a exploração atual da árvore.

Indique ainda um limite (superior ou inferior) para o valor ótimo do subproblema PL4 por forma a que a resolução do problema inteiro (Q) usando o algoritmo Branch & Bound não necessite de qualquer ramificação adicional. Justifique a sua resposta.

(1,0)



III

Considere o seguinte quadro do Simplex correspondente a um determinado problema de PL de maximização, com 2 restrições \leq , sendo F_1 e F_2 as variáveis de folga, correspondentes à 1ª e à 2ª restrição, respetivamente.

Sabe-se ainda que na formulação do problema, os coeficientes da variável Y na 1ª e na 2ª restrição são respetivamente $16/(16-\alpha)$ e $\alpha/(\alpha-16)$ e que os coeficientes da variável Z na 1ª e na 2ª restrição são respetivamente $4/(16-\alpha)$ e $4/(\alpha-16)$, com $\alpha \neq 16$.

	X	Y	Z	F_1	F_2	TI
Y	$\alpha-3$	1	0	1	1	$3-\alpha$
Z	-2	0	1	$-\alpha/4$	-4	$4-\alpha$
F	$2-\alpha$	0	0	$9\alpha/4$	$2\alpha+4$	$23+\alpha$

Assinale com um **X** as **afirmações verdadeiras**. A indicação de afirmações falsas será penalizada!

- ☐ Para $\alpha = 3$ a solução anterior é ótima e degenerada.
- ☐ Para $\alpha = 1$ a solução anterior é ótima e única.
- ☐ Para $0 \leq \alpha \leq 3$ a solução anterior é ótima.
- ☐ Para $0 \leq \alpha \leq 2$ a solução anterior é ótima.
- ☐ $X = 0$
- ☐ $F_2 = 2\alpha + 4$
- ☐ Para $\alpha = -1$ a solução anterior não é ótima e na próxima iteração entra F_1 e sai Z.
- ☐ Para $\alpha = -1$ a solução anterior não é ótima e na próxima iteração entra F_2 e sai Y.
- ☐ Para $\alpha = -1$ a solução anterior não é ótima e na próxima iteração entra F_1 e sai Y.
- ☐ Para $\alpha = 2$ a solução anterior é ótima e é a única solução básica ótima.
- ☐ Para $\alpha = 0$ o coeficiente de X na 2ª restrição da formulação do problema é igual a $1/2$.

(2,0)

FOLHA Nº

O GRUPO III DEVERÁ SER RESPONDIDO NESTA FOLHA !!!

IV

A empresa *MinhoSopra* vai efetuar obras de ampliação do Parque eólico do Alto Minho, instalando aerogeradores em 2 novos subparques situados respetivamente em Valença e Paredes de Coura.

A energia diária gerada por cada aerogerador depende do diâmetro das suas pás e da velocidade média do vento nesse dia. Sabe-se que nesta região do país em 2/3 dos dias do ano o vento sopra a uma velocidade média de 25 Km/h, e nos restantes dias sopra a uma velocidade média de 40 Km/h.

Na tabela seguinte apresenta-se a quantidade diária de energia produzida por cada aerogerador que venha a ser instalado, bem como o seu custo de instalação, expresso em unidades monetárias (u.m.).

Diâmetro das pás (m)	Velocidade média do vento (Km/h)	Energia diária produzida (Kwh)	Custo de instalação (u.m.)
50	25	1000	80
	40	1150	
80	25	1200	95
	40	1500	
100	25	1350	125
	40	1700	

Com a instalação dos aerogeradores, a empresa pretende vir a produzir anualmente um mínimo de energia de 70×10^6 Kwh no subparque de Valença e 50×10^6 Kwh no subparque de Paredes de Coura.

Por razões contratuais com a empresa fornecedora dos aerogeradores, o total de aerogeradores com pás de 100 m instalados deverá ser múltiplo de três. Além disso, questões ambientais exigem que, por cada três aerogeradores deste tipo (pás de 100 m de diâmetro) instalados no Parque eólico do Alto Minho, deverão ser instalados cinco aerogeradores com pás de 50 m de diâmetro.

a) Formule um modelo de Programação Linear que ajude a empresa a planear as obras de ampliação que minimizam o custo de instalação.

(2,0)

b) Admita que a empresa fornecedora dos aerogeradores aplica a seguinte política de desconto aos aerogeradores com pás de 100 m de diâmetro instalados num subparque:

“todas as unidades instaladas acima de 10, terão um custo unitário de instalação de 110 u.m., mantendo-se o custo inicial de 125 u.m. para as restantes”. Altere a formulação anterior de acordo com esta nova restrição.

(1,0)



ATENÇÃO: QUALQUER FRAUDE DETETADA NESTE TESTE IMPLICARÁ A REPROVAÇÃO NO CORRENTE ANO LETIVO NESTA UNIDADE CURRICULAR E SERÁ PARTICIPADA AO CONSELHO DIRETIVO PARA PROCEDIMENTO DISCIPLINAR.

I

1 - Considere um sistema de filas de espera $M/M/1$ e admita que em média, o intervalo de tempo entre chegadas consecutivas de clientes ao sistema é de 4 minutos. Sabe-se ainda que, a probabilidade do sistema se encontrar vazio é de 25%.

a) Determine a taxa média de serviço do sistema.

(0,5)

Nota: Se não resolveu a alínea a), assuma que a taxa de serviço deste sistema é de 18 clientes por hora.

b) Determine o número médio de clientes a aguardarem pelo seu atendimento.

(0,9)

c) Admita que no sistema foi implementada uma disciplina de prioridades absolutas no atendimento. Sabe-se que 10% dos clientes que procuram o sistema são da 1ª classe de prioridade, 20% dos clientes são da 2ª classe de prioridade e os restantes são clientes não prioritários.

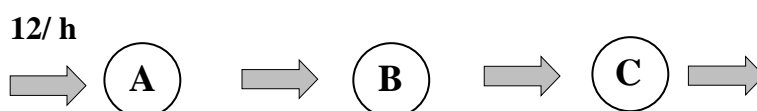
i) Caracterize estatisticamente, o processo de chegada dos clientes não prioritários ao sistema de espera. Justifique a sua resposta.

(0,8)

ii) Determine o tempo médio que um cliente da 1ª classe de prioridade permanece no sistema.

(0,8)

2 - Considere o sistema de filas de espera que se esquematiza a seguir. Os clientes vindos do exterior, dirigem-se ao setor A segundo um processo Poissoniano com taxa média igual a 12 clientes por hora.



Admita que nos setores A e B as filas são do tipo $M/M/s$ e que no setor C existe um único servidor ao serviço, cujo atendimento é composto por quatro tarefas com durações independentes. Sabe-se que a duração de cada tarefa segue uma distribuição Uniforme $[0; 1]$ minutos.

a) Determine o número médio de clientes que se encontram no setor C.

(1,0)

b) Determine o tempo médio de permanência de um cliente no sistema total.

(1,0)

Se $X \sim \text{Exponencial}(\lambda)$, então $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x}$, $x \geq 0$

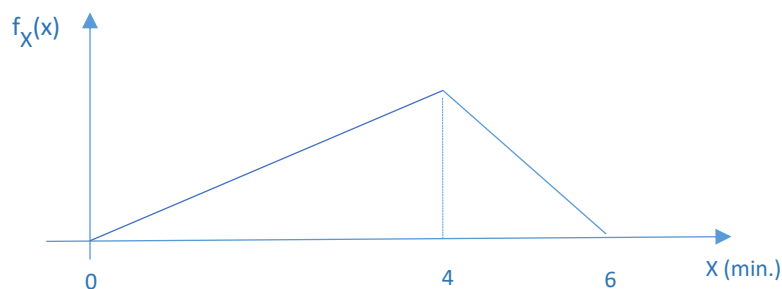
Se $X \sim \text{Poisson}(m)$, então $P(X = k) = \frac{e^{-m} \cdot m^k}{k!}$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Fórmula de Pollaczek-Khintchine: $L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1 - \rho)}$

	Setor A	Setor B
L	2,0000	2,8889
W	0,1666	0,2407

II

Considere uma Fila de Espera com um único servidor, cujo processo de chegadas é Poissoniano de média 8 clientes por hora. Admita que a duração do atendimento de um cliente (em minutos) é adequadamente descrita pela função densidade de probabilidade, que se esquematiza em seguida:



a) Assumindo que a fila se começa a formar às 9h, proceda à geração dos instantes de chegada dos primeiros dois clientes, usando os NPA's $U[0;1]$ seguintes: **0,1526 0,8925 0,7481 0,2923 0,011 0,4027**
 Apresente os seus resultados no formato hh,decimal em vez de hh:mm:ss.

(1,0)

b) Determine o tempo de serviço dos primeiros dois clientes. Utilize os NPA's $U[0;1]$:

0,4413 0,8898 0,7723 0,0235 0,5432 0,7024 0,4005 0,8479

(1,0)

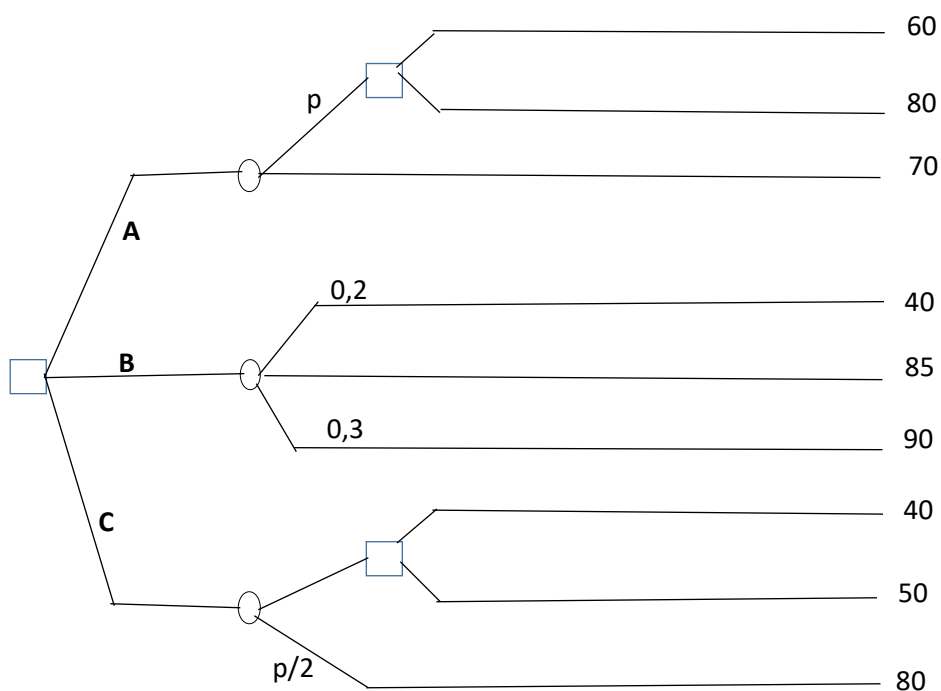
c) Determine o instante em que o 2º cliente termina o seu atendimento e o tempo total que o servidor está desocupado nos primeiros 20 minutos de funcionamento do sistema.

(0,5)



III

Considere o problema de decisões sequenciais representado pela seguinte Árvore de Decisão, cujos valores terminais representam lucros (u.m.):



Determine o valor da probabilidade p por forma a que a decisão A e uma outra decisão sejam igualmente recomendáveis. Apresente todos os cálculos que efetuar.

(2,5)