



Justifique convenientemente todas as suas respostas.

I

Um agricultor precisa de decidir qual o tipo de cultura que deve plantar no seu terreno em janeiro de 2018. O sucesso da cultura que vier a ser plantada depende das temperaturas médias que vierem a observar-se no mês de março de 2018. Assim, na tabela seguinte indicam-se os lucros esperados, em unidades monetárias (u.m.), com cada uma de três possíveis culturas em função das temperaturas médias que vierem a observar-se no mês de março de 2018.

Cultura	Temperatura média em março de 2018		
	Inferior a 15°C	entre 15°C e 18°C	superior a 18°C
A	50	10	10
B	30	35	40
C	25	25	25

a) Qual a cultura cuja plantação recomendaria ao agricultor? Justifique a sua resposta.

(1,5)

Responda apenas a uma das alíneas b1) ou b2). A alínea b2) tem menor cotação.

b1) Entretanto o Instituto de Meteorologia publicou um estudo no qual indica que a probabilidade da temperatura média em março de 2018 ser inferior a 15°C é igual à probabilidade da temperatura média em março de 2018 ser superior a 18°C. Indica também que a probabilidade da temperatura, em março de 2018, se situar entre os 15°C e os 18°C é o dobro da probabilidade da temperatura ser inferior a 15°C. Com base nesta informação que decisão recomendaria ao agricultor? Justifique a sua resposta.

(1,5)

b2) Entretanto o Instituto de Meteorologia publicou um estudo no qual indica que a probabilidade da temperatura média em março de 2018 ser inferior a 15°C é de 20%, que a probabilidade da temperatura, em março de 2018, se situar entre os 15°C e os 18°C é de 50% e que a probabilidade da temperatura média em março de 2018 ser superior a 18°C é de 30%. Com base nesta informação que decisão recomendaria ao agricultor? Justifique a sua resposta.

(1,0)

II

O Sr. João possui uma pequena loja onde vende refeições que já estão preparadas sendo o único funcionário que atende os clientes. O Sr. João demora em média 6 minutos a atender um cliente, terminando o atendimento com a entrega de uma refeição, sabendo-se que este procedimento é exponencialmente distribuído. Os clientes chegam à loja de acordo com um Processo Poissoniano com média de 7 clientes por hora e quando recebem a sua refeição abandonam a loja.

- Qual a taxa de ocupação da loja do Sr. João?
- Qual a probabilidade de um cliente que chegou à loja ter que esperar para ser atendido?
- Qual o número médio de clientes à espera para começarem a ser atendidos pelo Sr. João?
- Qual a probabilidade de um cliente ter que esperar mais do que 5 minutos até começar a ser atendido?
- Qual o tempo médio, em minutos, que um cliente espera até receber a sua refeição?

(2,7)

FORMULÁRIO

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$P(W^o > t) = e^{-\mu(1-\rho)t} \quad \text{para } t \geq 0$$

$$P(W_q^o > t) = \rho e^{-\mu(1-\rho)t} \quad \text{para } t \geq 0$$

III

Considere o seguinte problema (Q) de Programação Linear Inteira

$$??? \text{ G} = 3x + 2y$$

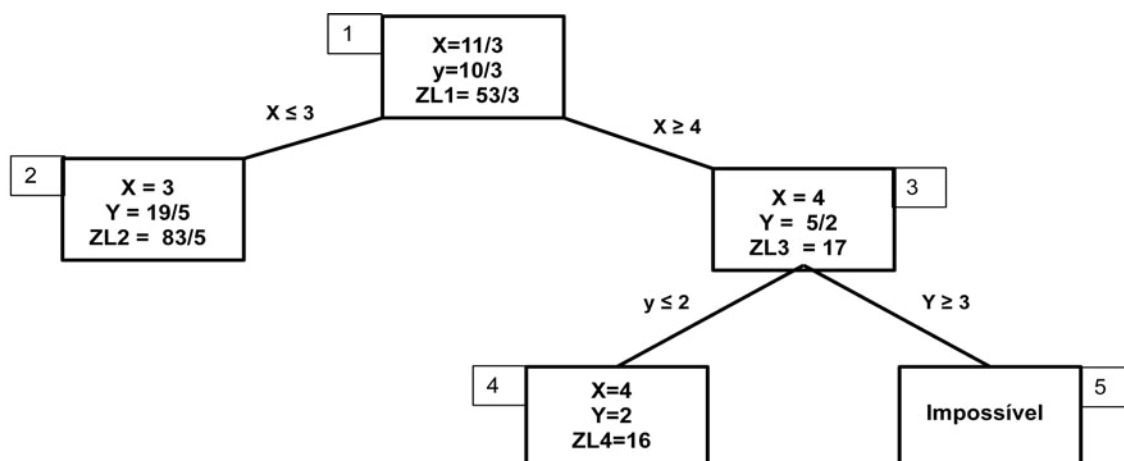
$$\text{s. a} \quad 2x + 5y \leq 25$$

$$5x + 2y \leq 25$$

$$x + y \leq 7$$

$$x \geq 0, y \geq 0 \text{ e inteiros.}$$

Começou a resolver-se o problema (Q) através do algoritmo *Branch & Bound* estudado. Apresenta-se em seguida a árvore já construída.



- Indique, justificando, se o problema que se está a resolver é de tipo máximo ou de tipo mínimo.

(0.4)

- Apresente a formulação do problema que se resolveu no nó 2.

(0.5)

c) Com base na árvore apresentada indique, justificando, se é possível identificar o valor ótimo e uma solução ótima do problema.

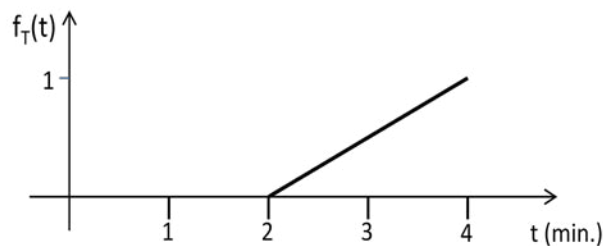
Caso seja possível identificar o valor ótimo indique esse valor e a correspondente solução ótima. Indique também se a solução ótima é única.

Se a informação apresentada na árvore não permitir identificar o valor ótimo indique, justificando, como deveria proceder para prosseguir com o algoritmo *Branch and Bound*.

(1.2)

IV

A “Loja dos Brinquedos” abre diariamente às 9h. A figura seguinte representa a função densidade de probabilidade dos intervalos de tempo (em minutos) entre chegadas consecutivas de clientes à loja.



Nota: Se $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ então $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$

a) Determine o número de clientes que chegam à “Loja dos Brinquedos” nos primeiros 6 minutos de funcionamento da loja. Utilize a lista seguinte de NPA's $U[0,1]$ selecionando primeiro o nº 0,467, em seguida o 0,266, etc.

0,467 0,266 0,395 0,896 0,785 0,698 0,776 0,012

(1.0)

b) A quantia gasta por cada cliente na “Loja dos Brinquedos” pode variar. Sabe-se que:

- com 40% de probabilidade a quantia gasta por um cliente seguirá uma distribuição Uniforme[10; 25] (euros).
- com 60% de probabilidade a quantia gasta por um cliente poderá ser descrita por uma variável aleatória Exponencial de valor médio 50 (euros).

Utilizando a sequência de NPA's $U[0,1]$ fornecida em seguida, determine o valor da despesa total realizada por dois clientes na “Loja dos Brinquedos”. Selecione primeiro o nº 0,740, em seguida o 0,526, etc.

0,740 0,526 0,224 0,468 0,732 0,275 0,015 0,672

(1.2)