 <p>FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA Departamento de Matemática</p>	<p>Exame de Época Normal de INTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL 15 de Janeiro de 2009 Duração: 3 horas</p>
---	---

1ª Parte

Qualquer fraude no processo de avaliação de conhecimentos implica a reprovação no corrente ano lectivo (incluindo a Época Especial) e será participada ao Conselho Directivo para procedimento disciplinar.

(3,0) 1 – O novo hospital da Lusólia necessita de contratar alguns cirurgiões. Na tabela seguinte indica-se o número de cirurgiões necessários para cada período do dia:

Período do dia	Número de Cirurgiões
0 horas - 4 horas	2
4 horas - 8 horas	4
8 horas - 12 horas	10
12 horas - 16 horas	9
16 horas - 20 horas	3
20 horas - 24 horas	2

Cada cirurgião poderá trabalhar um total de 4, 8 ou 12 horas consecutivas, desde que termine no dia em que iniciou. O hospital paga a cada cirurgião 20 unidades monetárias (u.m) por hora, nas primeiras 4 horas e, em cada novo período horário de 4 horas que o cirurgião trabalhar para além deste primeiro, o cirurgião receberá um acréscimo de 5 u.m. por hora.

Sabendo que o hospital pretende minimizar as suas despesas diárias com o pagamento dos cirurgiões, formule este problema como um Problema de Programação Linear. Se achar conveniente, poderá usar variáveis binárias.

2 – Considere o seguinte problema de Programação Linear

$$\begin{array}{ll}
 \text{(P):} & \text{Max } F = 2X - 3Y + 5Z \\
 & \text{s.a.} \quad \begin{array}{l} X + 2Y + 4Z \leq 15 \\ -X - 2Y + 7Z \geq 12 \\ X, Y, Z \geq 0 \end{array}
 \end{array}$$

(1,0) a) Determine uma solução básica admissível para o problema P.

(1,5) b) Resolva o problema P.

(1,5) c) Admita que ao problema P se acrescenta a restrição $Z \geq \theta$, com $\theta \in \mathbb{R}^+$. Determine para que valores do parâmetro θ , a base (X, Z, F_2) é uma base admissível ótima, sendo F_i a variável de folga correspondente à i -ésima restrição.

(1,5) d) Se ao problema P acrescentarmos a restrição $Z \leq 2$, obtém-se um problema de programação linear cuja base ótima é $(X, Z, F_1) = (2, 2, 5)$.

Suponha que ao problema P foi adicionada a restrição de integralidade das variáveis. Utilize o algoritmo do tipo Branch and Bound, para resolver o novo problema. Apresente a árvore de pesquisa correspondente à sua resolução e em cada nodo indique qual a solução do subproblema, a ramificação que lhe deu origem e os limites para o valor ótimo.



2ª Parte

Qualquer fraude no processo de avaliação de conhecimentos implica a reprovação no corrente ano lectivo (incluindo a Época Especial) e será participada ao Conselho Directivo para procedimento disciplinar.

3 – No hospital da Lusólia pretende-se elaborar a escala de serviço de cirurgiões para o próximo feriado.

Existem dois mapas de serviço possíveis que o director do hospital terá de escolher. Os lucros associados a cada mapa de serviço dependem do número de doentes que entrem, nesse dia no hospital, com necessidade de cirurgia.

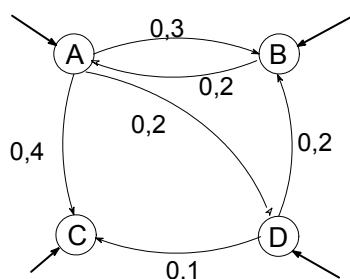
No quadro seguinte indica-se a satisfação do director (em unidades de satisfação) associados a cada um dos mapas de serviço.

Mapa de serviço	Afluência de doentes		
	θ_1 : Pouca	θ_2 : Moderada	θ_3 : Elevada
M1	100	200	400
M2	250	350	150

(1,5) a) Qual o mapa de serviço que recomenda ao director do hospital? Justifique a sua resposta.

(1,5) b) Admita que se estima em 30% a probabilidade de ocorrência do estado θ_2 . Discuta a tomada de decisão nestas circunstâncias.

4 – Considere um Sistema de Filas de Jackson, com quatro sectores (A, B, C e D), representado na figura seguinte:



Sabe-se que a taxa média de chegada do exterior aos sectores A, B e D, são iguais. Existe também igualdade entre as taxas efectivas de chegada aos sectores A e D. Sabe-se ainda que, $\lambda_B = \lambda_C + 13$ clientes por hora, e que a taxa de chegadas do exterior ao sector C é de 2 clientes por hora.

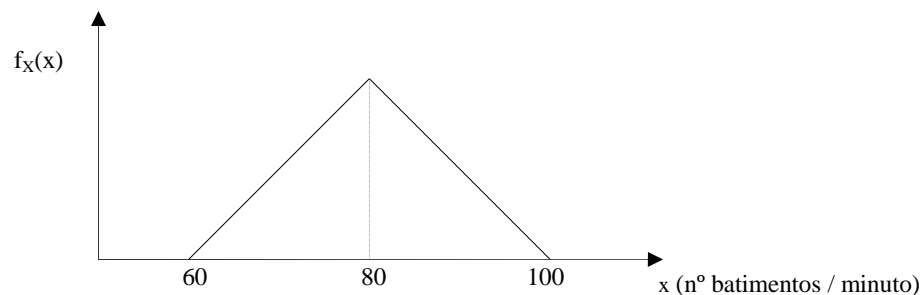
Cada empregado, em qualquer um dos quatro sectores, atende em média 15 clientes por hora.

VOLTE, SE FAZ FAVOR →→→→→→→→→

- (1,5) a) Determine o valor das taxas efectivas de chegada aos sectores A e B.
- (0,5) b) Indique o número de empregados que considera adequado para o sector C de modo a garantir o equilíbrio do sistema de espera.
- (1,0) c) Sabendo que o sector D tem dois empregados, determine o tempo médio que um cliente permanece neste sector.
- (1,5) d) Qual a probabilidade de um cliente demorar menos de 15 minutos no sector D?
- (1,0) e) Calcule o tempo médio que um cliente permanece no sistema total, sabendo que o tempo médio dispendido em cada um dos sectores A, B e C é de respectivamente 7.2, 13.09 e 4.76 minutos.

5 – No hospital da Lusólia, um doente internado na Unidade de Cuidados Intensivos Coronários (UCIC) encontra-se ligado a um monitor cardíaco, aparelho que avalia e regista o número de batimentos cardíacos por minuto.

O número médio de batimentos cardíacos por minuto registados num monitor cardíaco pode ser considerado uma variável aleatória com distribuição Triangular [60,100], cuja função densidade de probabilidade se esquematiza de seguida.



O número de pacientes internados por dia na UCIC deste hospital segue uma distribuição Binomial ($n = 8$; $p = 0.95$). Considera-se que a probabilidade de estarem menos do que cinco doentes neste serviço é praticamente nula, pelo que no mínimo o serviço UCIC terá cinco pacientes internados.

Nota: Se $X \sim \text{Bin}(n, p)$ então

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

- (1,0) a) Elabore a rotina “**Pacientes**” que lhe permite gerar o número de pacientes internados na UCIC num determinado dia.
- (1,0) b) Recorrendo ao método da rejeição, elabore a rotina “**Monitor**” que lhe permite gerar o número médio de batimentos cardíacos por minuto, registados num monitor cardíaco que se encontre ligado a um doente da UCIC.
- (1,0) c) Elabore a rotina “**Maximo**” que lhe permita gerar o valor máximo do número de batimentos cardíacos observados nos doentes da UCIC, num determinado dia.