



ATENÇÃO : QUALQUER FRAUDE DETETADA NESTA PROVA IMPLICARÁ A REPROVAÇÃO NO CORRENTE ANO LETIVO NESTA UNIDADE CURRICULAR E SERÁ PARTICIPADA AO CONSELHO EXECUTIVO PARA PROCEDIMENTO DISCIPLINAR.

I

Uma fábrica tem em armazém 5 tipos de matérias-primas que poderão ser processadas em 4 máquinas: A, B, C e D.

Na tabela seguinte indica-se a quantidade (em kg) de cada tipo de matéria-prima processada por cada máquina, durante 1 h de funcionamento. Indica-se também a quantidade de matéria-prima existente na fábrica de cada um dos 5 tipos. Sabe-se ainda que uma mesma matéria-prima pode ser processada em máquinas diferentes.

Tipo de matéria-prima	Máquina				Existências (em kg)
	A	B	C	D	
1	*	500	600	*	12500
2	250	*	240	160	2300
3	*	120	130	90	2000
4	60	70	*	*	300
5	200	*	300	*	7000

(*) A máquina não processa este tipo de matéria-prima.

Por exemplo, por cada hora que a máquina B estiver a trabalhar consegue processar 500 kg da matéria-prima do tipo 1, ou 120 kg da matéria-prima do tipo 3, ou 70 kg da matéria-prima do tipo 4.

Por cada hora, as máquinas A, B, C e D apresentam um custo de processamento de 34, 43, 32 e 38 unidades monetárias (u.m.), respetivamente.

Pretende-se garantir no mínimo, um processamento de 10000 kg no conjunto das matérias-primas do tipo 1 e 2 e, no conjunto das matérias-primas 3, 4 e 5, um mínimo de 8000 kg.

a) Formule um modelo de Programação Linear que auxilie o gestor da empresa a definir o plano de laboração da fábrica que minimiza os custos de processamento.

(1,5)

b) Admita que a máquina C apresenta uma restrição adicional de processamento: o processamento de uma quantidade total de matéria-prima do tipo 5 superior a 600 kg tem um custo adicional que se cifra em 5 u.m. por cada kg processado para além dos 600 kg.

Além disso, para a matéria-prima do tipo 2, a máquina A apresenta custos diferenciados de processamento entre os primeiros 1000 kg de matéria-prima e os seguintes: os primeiros 1000 kg processados têm um custo de 34 u.m. por cada hora de processamento, sendo os seguintes

processados a 29 u.m./h. Indique como formularia estas duas condições adicionais no modelo anterior.

(1,5)

II

Considere o seguinte problema (P) de Programação Linear

$$\text{MAX } F = -2X + 3Y - Z$$

$$\text{sujeito a: } 2X + 2Y - Z \leq 15$$

$$2X + Y - Z \geq 5$$

$$X, Y, Z \geq 0$$

Sabe-se que $(X^*, Y^*, Z^*) = (0, 10, 5)$.

a) Utilizando a formulação matricial do Simplex, escreva o quadro ótimo do Simplex para o problema (P).

(1,3)

Nota:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

b) Admita que o coeficiente de X na 2ª restrição passou a ser 7. Verifique se a solução ótima da alínea a) se manteria admissível e ótima, e, em caso negativo, indique como procederia.

(1,0)

Atenção: Grupo III na Folha de Resolução fornecida !



Nome: _____ Nº _____

ATENÇÃO: Preencher !!!

III

Considere o seguinte problema de Programação Linear:

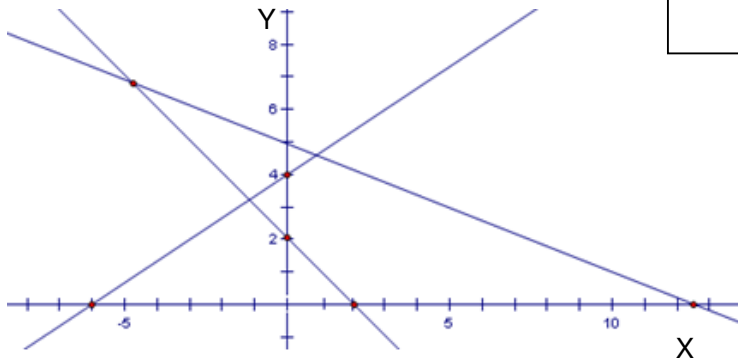
$$\text{MAX } G = -X - 3Y$$

$$\text{sujeito a: } -2X + 3Y \geq 12$$

$$X + Y \geq 2$$

$$2X + 5Y \leq 25$$

$$X \in \mathbb{R}, Y \geq 0$$



- a) No esquema abaixo, sombreie o espaço de soluções e resolva graficamente o problema.

(1,0)

- b) Admita que o termo independente da 1ª restrição passou a ser θ ($\theta \leq 12$). Resolva o problema de Programação Paramétrica resultante.

(0,7)