

Teoria da Computação  
Aula Teórica 12:  
Compilação de expressões regulares para AFDs

António Ravara

Departamento de Informática

15 de Abril de 2019

# Linguagens regulares versus AFDs

## Teorema de Kleene

Linguagens regulares = Linguagens aceites pelos AFDs.

### Questões relevantes:

- ▶ Como obter o AFD que aceita a linguagem denotada por dada expressão regular?
- ▶ Como obter a expressão regular que denota a linguagem de dado AFD?

São problemas *algorítmicos*!

Vamos ver a tradução de expressões regulares em AFDs.

# Linguagens regulares versus AFDs

## Teorema de Kleene

Linguagens regulares = Linguagens aceites pelos AFDs.

## Questões relevantes:

- ▶ Como obter o AFD que aceita a linguagem denotada por dada expressão regular?
- ▶ Como obter a expressão regular que denota a linguagem de dado AFD?

São problemas *algorítmicos*!

Vamos ver a tradução de expressões regulares em AFDs.

# Linguagens regulares versus AFDs

## Teorema de Kleene

Linguagens regulares = Linguagens aceites pelos AFDs.

## Questões relevantes:

- ▶ Como obter o AFD que aceita a linguagem denotada por dada expressão regular?
- ▶ Como obter a expressão regular que denota a linguagem de dado AFD?

São problemas *algorítmicos!*

Vamos ver a tradução de expressões regulares em AFDs.

# Linguagens regulares versus AFDs

## Teorema de Kleene

Linguagens regulares = Linguagens aceites pelos AFDs.

## Questões relevantes:

- ▶ Como obter o AFD que aceita a linguagem denotada por dada expressão regular?
- ▶ Como obter a expressão regular que denota a linguagem de dado AFD?

São problemas *algorítmicos*!

Vamos ver a tradução de expressões regulares em AFDs.

# Linguagens regulares versus AFDs

## Teorema de Kleene

Linguagens regulares = Linguagens aceites pelos AFDs.

## Questões relevantes:

- ▶ Como obter o AFD que aceita a linguagem denotada por dada expressão regular?
- ▶ Como obter a expressão regular que denota a linguagem de dado AFD?

São problemas *algorítmicos*!

Vamos ver a tradução de expressões regulares em AFDs.

# Linguagens regulares em AFDs

## Como traduzir?

- ▶ Uma expressão regular arbitrária pode ser muito complexa...
- ▶ A abordagem tipicamente usada (nos compiladores, por exemplo) é *composicional*:
  - define-se *por casos* uma função (recursiva) que traduz cada tipo de operação.
  - os casos da definição (indutiva) da função são os da definição (indutiva) da linguagem a traduzir.

## A função *Compile*

Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFD}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFDs sobre  $\Sigma$ . O objectivo é definir

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFD}_{\Sigma}$$

# Linguagens regulares em AFDs

## Como traduzir?

- ▶ Uma expressão regular arbitrária pode ser muito complexa...
- ▶ A abordagem tipicamente usada (nos compiladores, por exemplo) é *composicional*:
  - define-se *por casos* uma função (recursiva) que traduz cada tipo de operação.
  - os casos da definição (indutiva) da função são os da definição (indutiva) da linguagem a traduzir.

## A função *Compile*

Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFD}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFDs sobre  $\Sigma$ . O objectivo é definir

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFD}_{\Sigma}$$

# Linguagens regulares em AFDs

## Como traduzir?

- ▶ Uma expressão regular arbitrária pode ser muito complexa...
- ▶ A abordagem tipicamente usada (nos compiladores, por exemplo) é *composicional*:
  - define-se *por casos* uma função (recursiva) que traduz cada tipo de operação.
  - os casos da definição (indutiva) da função são os da definição (indutiva) da linguagem a traduzir.

## A função *Compile*

Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFD}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFDs sobre  $\Sigma$ . O objectivo é definir

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFD}_{\Sigma}$$

# Linguagens regulares em AFDs

## Como traduzir?

- ▶ Uma expressão regular arbitrária pode ser muito complexa...
- ▶ A abordagem tipicamente usada (nos compiladores, por exemplo) é *composicional*
  - define-se *por casos* uma função (recursiva) que traduz cada tipo de operação.
  - os casos da definição (indutiva) da função são os da definição (indutiva) da linguagem a traduzir.

## A função *Compile*

Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFD}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFDs sobre  $\Sigma$ . O objectivo é definir

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFD}_{\Sigma}$$

# Linguagens regulares em AFDs

## Como traduzir?

- ▶ Uma expressão regular arbitrária pode ser muito complexa...
- ▶ A abordagem tipicamente usada (nos compiladores, por exemplo) é *composicional*:
  - define-se *por casos* uma função (recursiva) que traduz cada tipo de operação.
  - os casos da definição (indutiva) da função são os da definição (indutiva) da linguagem a traduzir.

## A função *Compile*

Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFD}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFDs sobre  $\Sigma$ . O objectivo é definir

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFD}_{\Sigma}$$

# Linguagens regulares em AFDs

## Como traduzir?

- ▶ Uma expressão regular arbitrária pode ser muito complexa...
- ▶ A abordagem tipicamente usada (nos compiladores, por exemplo) é *composicional*:
  - define-se *por casos* uma função (recursiva) que traduz cada tipo de operação.
  - os casos da definição (indutiva) da função são os da definição (indutiva) da linguagem a traduzir.

## A função *Compile*

Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFD}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFDs sobre  $\Sigma$ . O objectivo é definir

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFD}_{\Sigma}$$

# Linguagens regulares em AFDs

## Como traduzir?

- ▶ Uma expressão regular arbitrária pode ser muito complexa...
- ▶ A abordagem tipicamente usada (nos compiladores, por exemplo) é *composicional*:
  - define-se *por casos* uma função (recursiva) que traduz cada tipo de operação.
  - os casos da definição (indutiva) da função são os da definição (indutiva) da linguagem a traduzir.

## A função *Compile*

Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFD}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFDs sobre  $\Sigma$ . O objectivo é definir

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFD}_{\Sigma}$$

# Linguagens regulares em AFDs

## Como traduzir?

- ▶ Uma expressão regular arbitrária pode ser muito complexa...
- ▶ A abordagem tipicamente usada (nos compiladores, por exemplo) é *composicional*:
  - define-se *por casos* uma função (recursiva) que traduz cada tipo de operação.
  - os casos da definição (indutiva) da função são os da definição (indutiva) da linguagem a traduzir.

## A função *Compile*

Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFD}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFDs sobre  $\Sigma$ . O objectivo é definir

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFD}_{\Sigma}$$

# Linguagens regulares em AFDs

## Como traduzir?

- ▶ Uma expressão regular arbitrária pode ser muito complexa...
- ▶ A abordagem tipicamente usada (nos compiladores, por exemplo) é *composicional*:
  - define-se *por casos* uma função (recursiva) que traduz cada tipo de operação.
  - os casos da definição (indutiva) da função são os da definição (indutiva) da linguagem a traduzir.

## A função *Compile*

Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFD}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFDs sobre  $\Sigma$ . O objectivo é definir

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFD}_{\Sigma}$$

## A função *Compile*

- ▶ **Caso  $\emptyset$ :**  $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$ . Para aceitar a linguagem vazia basta ter um só estado, inicial, nenhum estado final, e também não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\emptyset) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \emptyset \rangle$$

- ▶ **Caso  $\epsilon$ :**  $\mathcal{L}(\epsilon) = \{\epsilon\}$ . Para aceitar (só) a palavra vazia (*i.e.*, a linguagem singular só com a palavra  $\epsilon$ ) basta ter um estado, inicial e final, e não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\epsilon) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \{1\} \rangle$$

- ▶ **Caso  $a \in \Sigma$ :**  $\mathcal{L}(a) = \{a\}$ . Para aceitar (só) a palavra de tamanho 1 (um símbolo de  $\Sigma$ ) basta ter dois estados, um inicial e outro final, e transitar do inicial para o final pelo símbolo.

$$\text{Compile}(a) = \langle \{1, 2\}, \{a\}, 1, \{(1, a) \mapsto 2\}, \{2\} \rangle$$

## A função *Compile*

- ▶ Caso  $\emptyset$ :  $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$ . Para aceitar a linguagem vazia basta ter um só estado, inicial, nenhum estado final, e também não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\emptyset) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \emptyset \rangle$$

- ▶ Caso  $\varepsilon$ :  $\mathcal{L}(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ . Para aceitar (só) a palavra vazia (*i.e.*, a linguagem singular só com a palavra  $\varepsilon$ ) basta ter um estado, inicial e final, e não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\varepsilon) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \{1\} \rangle$$

- ▶ Caso  $a \in \Sigma$ :  $\mathcal{L}(a) = \{a\}$ . Para aceitar (só) a palavra de tamanho 1 (um símbolo de  $\Sigma$ ) basta ter dois estados, um inicial e outro final, e transitar do inicial para o final pelo símbolo.

$$\text{Compile}(a) = \langle \{1, 2\}, \{a\}, 1, \{(1, a) \mapsto 2\}, \{2\} \rangle$$

## A função *Compile*

- ▶ Caso  $\emptyset$ :  $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$ . Para aceitar a linguagem vazia basta ter um só estado, inicial, nenhum estado final, e também não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\emptyset) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \emptyset \rangle$$

- ▶ Caso  $\epsilon$ :  $\mathcal{L}(\epsilon) = \{\epsilon\}$ . Para aceitar (só) a palavra vazia (*i.e.*, a linguagem singular só com a palavra  $\epsilon$ ) basta ter um estado, inicial e final, e não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\epsilon) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \{1\} \rangle$$

- ▶ Caso  $a \in \Sigma$ :  $\mathcal{L}(a) = \{a\}$ . Para aceitar (só) a palavra de tamanho 1 (um símbolo de  $\Sigma$ ) basta ter dois estados, um inicial e outro final, e transitar do inicial para o final pelo símbolo.

$$\text{Compile}(a) = \langle \{1, 2\}, \{a\}, 1, \{(1, a) \mapsto 2\}, \{2\} \rangle$$

## A função *Compile*

- ▶ Caso  $\emptyset$ :  $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$ . Para aceitar a linguagem vazia basta ter um só estado, inicial, nenhum estado final, e também não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\emptyset) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \emptyset \rangle$$

- ▶ Caso  $\epsilon$ :  $\mathcal{L}(\epsilon) = \{\epsilon\}$ . Para aceitar (só) a palavra vazia (*i.e.*, a linguagem singular só com a palavra  $\epsilon$ ) basta ter um estado, inicial e final, e não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\epsilon) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \{1\} \rangle$$

- ▶ Caso  $a \in \Sigma$ :  $\mathcal{L}(a) = \{a\}$ . Para aceitar (só) a palavra de tamanho 1 (um símbolo de  $\Sigma$ ) basta ter dois estados, um inicial e outro final, e transitar do inicial para o final pelo símbolo.

$$\text{Compile}(a) = \langle \{1, 2\}, \{a\}, 1, \{(1, a) \mapsto 2\}, \{2\} \rangle$$

## A função *Compile*

- ▶ Caso  $\emptyset$ :  $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$ . Para aceitar a linguagem vazia basta ter um só estado, inicial, nenhum estado final, e também não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\emptyset) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \emptyset \rangle$$

- ▶ Caso  $\varepsilon$ :  $\mathcal{L}(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ . Para aceitar (só) a palavra vazia (*i.e.*, a linguagem singular só com a palavra  $\varepsilon$ ) basta ter um estado, inicial e final, e não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\varepsilon) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \{1\} \rangle$$

- ▶ Caso  $a \in \Sigma$ :  $\mathcal{L}(a) = \{a\}$ . Para aceitar (só) a palavra de tamanho 1 (um símbolo de  $\Sigma$ ) basta ter dois estados, um inicial e outro final, e transitar do inicial para o final pelo símbolo.

$$\text{Compile}(a) = \langle \{1, 2\}, \{a\}, 1, \{(1, a) \mapsto 2\}, \{2\} \rangle$$

## A função *Compile*

- ▶ Caso  $\emptyset$ :  $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$ . Para aceitar a linguagem vazia basta ter um só estado, inicial, nenhum estado final, e também não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\emptyset) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \emptyset \rangle$$

- ▶ Caso  $\varepsilon$ :  $\mathcal{L}(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ . Para aceitar (só) a palavra vazia (*i.e.*, a linguagem singular só com a palavra  $\varepsilon$ ) basta ter um estado, inicial e final, e não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\varepsilon) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \{1\} \rangle$$

- ▶ Caso  $a \in \Sigma$ :  $\mathcal{L}(a) = \{a\}$ . Para aceitar (só) a palavra de tamanho 1 (um símbolo de  $\Sigma$ ) basta ter dois estados, um inicial e outro final, e transitar do inicial para o final pelo símbolo.

$$\text{Compile}(a) = \langle \{1, 2\}, \{a\}, 1, \{(1, a) \mapsto 2\}, \{2\} \rangle$$

## A função *Compile*

- ▶ Caso  $\emptyset$ :  $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$ . Para aceitar a linguagem vazia basta ter um só estado, inicial, nenhum estado final, e também não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\emptyset) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \emptyset \rangle$$

- ▶ Caso  $\varepsilon$ :  $\mathcal{L}(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ . Para aceitar (só) a palavra vazia (*i.e.*, a linguagem singular só com a palavra  $\varepsilon$ ) basta ter um estado, inicial e final, e não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\varepsilon) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \{1\} \rangle$$

- ▶ Caso  $a \in \Sigma$ :  $\mathcal{L}(a) = \{a\}$ . Para aceitar (só) a palavra de tamanho 1 (um símbolo de  $\Sigma$ ) basta ter dois estados, um inicial e outro final, e transitar do inicial para o final pelo símbolo.

$$\text{Compile}(a) = \langle \{1, 2\}, \{a\}, 1, \{(1, a) \mapsto 2\}, \{2\} \rangle$$

## A função *Compile*

- ▶ Caso  $\emptyset$ :  $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$ . Para aceitar a linguagem vazia basta ter um só estado, inicial, nenhum estado final, e também não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\emptyset) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \emptyset \rangle$$

- ▶ Caso  $\varepsilon$ :  $\mathcal{L}(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ . Para aceitar (só) a palavra vazia (*i.e.*, a linguagem singular só com a palavra  $\varepsilon$ ) basta ter um estado, inicial e final, e não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\varepsilon) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \{1\} \rangle$$

- ▶ Caso  $a \in \Sigma$ :  $\mathcal{L}(a) = \{a\}$ . Para aceitar (só) a palavra de tamanho 1 (um símbolo de  $\Sigma$ ) basta ter dois estados, um inicial e outro final, e transitar do inicial para o final pelo símbolo.

$$\text{Compile}(a) = \langle \{1, 2\}, \{a\}, 1, \{(1, a) \mapsto 2\}, \{2\} \rangle$$

## A função *Compile*

- ▶ Caso  $\emptyset$ :  $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$ . Para aceitar a linguagem vazia basta ter um só estado, inicial, nenhum estado final, e também não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\emptyset) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \emptyset \rangle$$

- ▶ Caso  $\varepsilon$ :  $\mathcal{L}(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ . Para aceitar (só) a palavra vazia (*i.e.*, a linguagem singular só com a palavra  $\varepsilon$ ) basta ter um estado, inicial e final, e não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\varepsilon) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \{1\} \rangle$$

- ▶ Caso  $a \in \Sigma$ :  $\mathcal{L}(a) = \{a\}$ . Para aceitar (só) a palavra de tamanho 1 (um símbolo de  $\Sigma$ ) basta ter dois estados, um inicial e outro final, e transitar do inicial para o final pelo símbolo.

$$\text{Compile}(a) = \langle \{1, 2\}, \{a\}, 1, \{(1, a) \mapsto 2\}, \{2\} \rangle$$

## A função *Compile*

- ▶ Caso  $\emptyset$ :  $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$ . Para aceitar a linguagem vazia basta ter um só estado, inicial, nenhum estado final, e também não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\emptyset) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \emptyset \rangle$$

- ▶ Caso  $\varepsilon$ :  $\mathcal{L}(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ . Para aceitar (só) a palavra vazia (*i.e.*, a linguagem singular só com a palavra  $\varepsilon$ ) basta ter um estado, inicial e final, e não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\varepsilon) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \{1\} \rangle$$

- ▶ Caso  $a \in \Sigma$ :  $\mathcal{L}(a) = \{a\}$ . Para aceitar (só) a palavra de tamanho 1 (um símbolo de  $\Sigma$ ) basta ter dois estados, um inicial e outro final, e transitar do inicial para o final pelo símbolo.

$$\text{Compile}(a) = \langle \{1, 2\}, \{a\}, 1, \{(1, a) \mapsto 2\}, \{2\} \rangle$$

## A função *Compile*

- ▶ Caso  $\emptyset$ :  $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$ . Para aceitar a linguagem vazia basta ter um só estado, inicial, nenhum estado final, e também não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\emptyset) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \emptyset \rangle$$

- ▶ Caso  $\varepsilon$ :  $\mathcal{L}(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ . Para aceitar (só) a palavra vazia (*i.e.*, a linguagem singular só com a palavra  $\varepsilon$ ) basta ter um estado, inicial e final, e não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\varepsilon) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \{1\} \rangle$$

- ▶ Caso  $a \in \Sigma$ :  $\mathcal{L}(a) = \{a\}$ . Para aceitar (só) a palavra de tamanho 1 (um símbolo de  $\Sigma$ ) basta ter dois estados, um inicial e outro final, e transitar do inicial para o final pelo símbolo.

$$\text{Compile}(a) = \langle \{1, 2\}, \{a\}, 1, \{(1, a) \mapsto 2\}, \{2\} \rangle$$

## A função *Compile*

- ▶ Caso  $\emptyset$ :  $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$ . Para aceitar a linguagem vazia basta ter um só estado, inicial, nenhum estado final, e também não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\emptyset) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \emptyset \rangle$$

- ▶ Caso  $\varepsilon$ :  $\mathcal{L}(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ . Para aceitar (só) a palavra vazia (*i.e.*, a linguagem singular só com a palavra  $\varepsilon$ ) basta ter um estado, inicial e final, e não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\varepsilon) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \{1\} \rangle$$

- ▶ Caso  $a \in \Sigma$ :  $\mathcal{L}(a) = \{a\}$ . Para aceitar (só) a palavra de tamanho 1 (um símbolo de  $\Sigma$ ) basta ter dois estados, um inicial e outro final, e transitar do inicial para o final pelo símbolo.

$$\text{Compile}(a) = \langle \{1, 2\}, \{a\}, 1, \{(1, a) \mapsto 2\}, \{2\} \rangle$$

## A função *Compile*

- ▶ Caso  $\emptyset$ :  $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$ . Para aceitar a linguagem vazia basta ter um só estado, inicial, nenhum estado final, e também não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\emptyset) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \emptyset \rangle$$

- ▶ Caso  $\varepsilon$ :  $\mathcal{L}(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ . Para aceitar (só) a palavra vazia (*i.e.*, a linguagem singular só com a palavra  $\varepsilon$ ) basta ter um estado, inicial e final, e não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\varepsilon) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \{1\} \rangle$$

- ▶ Caso  $a \in \Sigma$ :  $\mathcal{L}(a) = \{a\}$ . Para aceitar (só) a palavra de tamanho 1 (um símbolo de  $\Sigma$ ) basta ter dois estados, um inicial e outro final, e transitar do inicial para o final pelo símbolo.

$$\text{Compile}(a) = \langle \{1, 2\}, \{a\}, 1, \{(1, a) \mapsto 2\}, \{2\} \rangle$$

## A função *Compile*

- ▶ Caso  $\emptyset$ :  $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$ . Para aceitar a linguagem vazia basta ter um só estado, inicial, nenhum estado final, e também não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\emptyset) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \emptyset \rangle$$

- ▶ Caso  $\varepsilon$ :  $\mathcal{L}(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ . Para aceitar (só) a palavra vazia (*i.e.*, a linguagem singular só com a palavra  $\varepsilon$ ) basta ter um estado, inicial e final, e não são precisas acções.

$$\text{Compile}(\varepsilon) = \langle \{1\}, \emptyset, 1, \emptyset, \{1\} \rangle$$

- ▶ Caso  $a \in \Sigma$ :  $\mathcal{L}(a) = \{a\}$ . Para aceitar (só) a palavra de tamanho 1 (um símbolo de  $\Sigma$ ) basta ter dois estados, um inicial e outro final, e transitar do inicial para o final pelo símbolo.

$$\text{Compile}(a) = \langle \{1, 2\}, \{a\}, 1, \{(1, a) \mapsto 2\}, \{2\} \rangle$$

## *Compile*( $EF$ )

Para aceitar uma palavra que resulta de concatenar uma palavra da linguagem de  $E$  e outra da linguagem de  $F$ , é necessário “ligar” o AFD que implementa  $E$  com o que implementa  $F$ .

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

como passar dos estados finais de  $\text{Compile}(E)$  ao inicial de  $\text{Compile}(F)$  sem consumir acções da palavra concatenada?

## Compile( $EF$ )

Para aceitar uma palavra que resulta de concatenar uma palavra da linguagem de  $E$  e outra da linguagem de  $F$ , é necessário “ligar” o AFD que implementa  $E$  com o que implementa  $F$ .

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

como passar dos estados finais de  $\text{Compile}(E)$  ao inicial de  $\text{Compile}(F)$  sem consumir acções da palavra concatenada?

## Compile( $EF$ )

Para aceitar uma palavra que resulta de concatenar uma palavra da linguagem de  $E$  e outra da linguagem de  $F$ , é necessário “ligar” o AFD que implementa  $E$  com o que implementa  $F$ .

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

como passar dos estados finais de  $\text{Compile}(E)$  ao inicial de  $\text{Compile}(F)$  sem consumir acções da palavra concatenada?

## Compile( $EF$ )

Para aceitar uma palavra que resulta de concatenar uma palavra da linguagem de  $E$  e outra da linguagem de  $F$ , é necessário “ligar” o AFD que implementa  $E$  com o que implementa  $F$ .

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

como passar dos estados finais de  $\text{Compile}(E)$  ao inicial de  $\text{Compile}(F)$  *sem consumir acções da palavra concatenada?*

## *Compile*( $EF$ )

Para aceitar uma palavra que resulta de concatenar uma palavra da linguagem de  $E$  e outra da linguagem de  $F$ , é necessário “ligar” o AFD que implementa  $E$  com o que implementa  $F$ .

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

como passar dos estados finais de  $\text{Compile}(E)$  ao inicial de  $\text{Compile}(F)$  *sem consumir acções da palavra concatenada?*

# Compile( $EF$ )

## Dificuldade

Como o conjunto dos estados finais pode ter mais que um elemento,

- ▶ replica-se em vários o estado inicial de  $Compile(F)$  para os fundir com os finais de  $Compile(E)$ ?!  
mas um autómato só tem um estado inicial...
- ▶ unificam-se num só os estados finais de  $Compile(E)$  para o fundir com o inicial de de  $Compile(F)$ ?!  
mas isso pode alterar a linguagem aceite...

# Compile( $EF$ )

## Dificuldade

Como o conjunto dos estados finais pode ter mais que um elemento,

- ▶ replica-se em vários o estado inicial de  $Compile(F)$  para os fundir com os finais de  $Compile(E)$ ?!  
mas um autómato só tem um estado inicial...
- ▶ unificam-se num só os estados finais de  $Compile(E)$  para o fundir com o inicial de de  $Compile(F)$ ?!  
mas isso pode alterar a linguagem aceite...

# Compile( $EF$ )

## Dificuldade

Como o conjunto dos estados finais pode ter mais que um elemento,

- ▶ replica-se em vários o estado inicial de  $Compile(F)$  para os fundir com os finais de  $Compile(E)$ ?!  
mas um autómato só tem um estado inicial...
- ▶ unificam-se num só os estados finais de  $Compile(E)$  para o fundir com o inicial de de  $Compile(F)$ ?!  
mas isso pode alterar a linguagem aceite...

# Compile( $EF$ )

## Dificuldade

Como o conjunto dos estados finais pode ter mais que um elemento,

- ▶ replica-se em vários o estado inicial de  $Compile(F)$  para os fundir com os finais de  $Compile(E)$ ?!  
mas um autómato só tem um estado inicial...
- ▶ unificam-se num só os estados finais de  $Compile(E)$  para o fundir com o inicial de de  $Compile(F)$ ?!  
mas isso pode alterar a linguagem aceite...

# Compile( $EF$ )

## Dificuldade

Como o conjunto dos estados finais pode ter mais que um elemento,

- ▶ replica-se em vários o estado inicial de  $Compile(F)$  para os fundir com os finais de  $Compile(E)$ ?!  
mas um autómato só tem um estado inicial...
- ▶ unificam-se num só os estados finais de  $Compile(E)$  para o fundir com o inicial de de  $Compile(F)$ ?!  
mas isso pode alterar a linguagem aceite...

## Compile( $EF$ )

Relembre-se que

$$\mathcal{L}(EF) = \mathcal{L}(E) \cdot \mathcal{L}(F)$$

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

como  $w_1 w_2 = w_1 \epsilon w_2$ , pode-se passar dos estados finais de  $\text{Compile}(E)$  para o inicial de  $\text{Compile}(F)$  sem consumir acções de  $w_1 w_2$  por uma *transição- $\epsilon$* .

O que é um autómato com transições- $\epsilon$ ?

Basta incluir  $\epsilon$  em  $\Sigma$ ; a definição é então a de AFD.

$$\text{Compile}(EF) = \langle S_E \cup S_F, \{\epsilon\} \cup \Sigma_E \cup \Sigma_F, s_E, \delta_\epsilon \cup \delta_E \cup \delta_F, F_F \rangle$$

sendo

$$\delta_\epsilon = \{(f_E, \epsilon) \mapsto s_F \mid f_E \in F_E\} \text{ e } S_E \cap S_F = \emptyset$$

## Compile( $EF$ )

Relembre-se que

$$\mathcal{L}(EF) = \mathcal{L}(E) \cdot \mathcal{L}(F)$$

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

como  $w_1 w_2 = w_1 \epsilon w_2$ , pode-se passar dos estados finais de  $\text{Compile}(E)$  para o inicial de  $\text{Compile}(F)$  *sem consumir acções* de  $w_1 w_2$  por uma *transição- $\epsilon$* .

O que é um autómato com transições- $\epsilon$ ?

Basta incluir  $\epsilon$  em  $\Sigma$ ; a definição é então a de AFD.

$$\text{Compile}(EF) = \langle S_E \cup S_F, \{\epsilon\} \cup \Sigma_E \cup \Sigma_F, s_E, \delta_\epsilon \cup \delta_E \cup \delta_F, F_F \rangle$$

sendo

$$\delta_\epsilon = \{(f_E, \epsilon) \mapsto s_F \mid f_E \in F_E\} \text{ e } S_E \cap S_F = \emptyset$$

## Compile( $EF$ )

Relembre-se que

$$\mathcal{L}(EF) = \mathcal{L}(E) \cdot \mathcal{L}(F)$$

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

como  $w_1 w_2 = w_1 \epsilon w_2$ , pode-se passar dos estados finais de  $\text{Compile}(E)$  para o inicial de  $\text{Compile}(F)$  *sem consumir acções* de  $w_1 w_2$  por uma *transição- $\epsilon$* .

O que é um autómato com transições- $\epsilon$ ?

Basta incluir  $\epsilon$  em  $\Sigma$ ; a definição é então a de AFD.

$$\text{Compile}(EF) = \langle S_E \cup S_F, \{\epsilon\} \cup \Sigma_E \cup \Sigma_F, s_E, \delta_\epsilon \cup \delta_E \cup \delta_F, F_F \rangle$$

sendo

$$\delta_\epsilon = \{(f_E, \epsilon) \mapsto s_F \mid f_E \in F_E\} \text{ e } S_E \cap S_F = \emptyset$$

## Compile( $EF$ )

Relembre-se que

$$\mathcal{L}(EF) = \mathcal{L}(E) \cdot \mathcal{L}(F)$$

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

como  $w_1 w_2 = w_1 \epsilon w_2$ , pode-se passar dos estados finais de  $\text{Compile}(E)$  para o inicial de  $\text{Compile}(F)$  sem consumir acções de  $w_1 w_2$  por uma *transição- $\epsilon$* .

O que é um autómato com transições- $\epsilon$ ?

Basta incluir  $\epsilon$  em  $\Sigma$ ; a definição é então a de AFD.

$$\text{Compile}(EF) = \langle S_E \cup S_F, \{\epsilon\} \cup \Sigma_E \cup \Sigma_F, s_E, \delta_\epsilon \cup \delta_E \cup \delta_F, F_F \rangle$$

sendo

$$\delta_\epsilon = \{(f_E, \epsilon) \mapsto s_F \mid f_E \in F_E\} \text{ e } S_E \cap S_F = \emptyset$$

## Compile( $EF$ )

Relembre-se que

$$\mathcal{L}(EF) = \mathcal{L}(E) \cdot \mathcal{L}(F)$$

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

como  $w_1 w_2 = w_1 \epsilon w_2$ , pode-se passar dos estados finais de  $\text{Compile}(E)$  para o inicial de  $\text{Compile}(F)$  sem consumir acções de  $w_1 w_2$  por uma *transição- $\epsilon$* .

O que é um autómato com transições- $\epsilon$ ?

Basta incluir  $\epsilon$  em  $\Sigma$ ; a definição é então a de AFD.

$$\text{Compile}(EF) = \langle S_E \cup S_F, \{\epsilon\} \cup \Sigma_E \cup \Sigma_F, s_E, \delta_\epsilon \cup \delta_E \cup \delta_F, F_F \rangle$$

sendo

$$\delta_\epsilon = \{(f_E, \epsilon) \mapsto s_F \mid f_E \in F_E\} \text{ e } S_E \cap S_F = \emptyset$$

## Compile( $EF$ )

Relembre-se que

$$\mathcal{L}(EF) = \mathcal{L}(E) \cdot \mathcal{L}(F)$$

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

como  $w_1 w_2 = w_1 \epsilon w_2$ , pode-se passar dos estados finais de  $\text{Compile}(E)$  para o inicial de  $\text{Compile}(F)$  sem consumir acções de  $w_1 w_2$  por uma *transição- $\epsilon$* .

O que é um autómato com transições- $\epsilon$ ?

Basta incluir  $\epsilon$  em  $\Sigma$ ; a definição é então a de AFD.

$$\text{Compile}(EF) = \langle S_E \cup S_F, \{\epsilon\} \cup \Sigma_E \cup \Sigma_F, s_E, \delta_\epsilon \cup \delta_E \cup \delta_F, F_F \rangle$$

sendo

$$\delta_\epsilon = \{(f_E, \epsilon) \mapsto s_F \mid f_E \in F_E\} \text{ e } S_E \cap S_F = \emptyset$$

## Compile( $EF$ )

Relembre-se que

$$\mathcal{L}(EF) = \mathcal{L}(E) \cdot \mathcal{L}(F)$$

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

como  $w_1 w_2 = w_1 \epsilon w_2$ , pode-se passar dos estados finais de  $\text{Compile}(E)$  para o inicial de  $\text{Compile}(F)$  *sem consumir acções* de  $w_1 w_2$  por uma *transição- $\epsilon$* .

O que é um autómato com transições- $\epsilon$ ?

Basta incluir  $\epsilon$  em  $\Sigma$ ; a definição é então a de AFD.

$$\text{Compile}(EF) = \langle S_E \cup S_F, \{\epsilon\} \cup \Sigma_E \cup \Sigma_F, s_E, \delta_\epsilon \cup \delta_E \cup \delta_F, F_F \rangle$$

sendo

$$\delta_\epsilon = \{(f_E, \epsilon) \mapsto s_F \mid f_E \in F_E\} \text{ e } S_E \cap S_F = \emptyset$$

## Compile( $EF$ )

Relembre-se que

$$\mathcal{L}(EF) = \mathcal{L}(E) \cdot \mathcal{L}(F)$$

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

como  $w_1 w_2 = w_1 \epsilon w_2$ , pode-se passar dos estados finais de  $\text{Compile}(E)$  para o inicial de  $\text{Compile}(F)$  *sem consumir acções* de  $w_1 w_2$  por uma *transição- $\epsilon$* .

O que é um autómato com transições- $\epsilon$ ?

Basta incluir  $\epsilon$  em  $\Sigma$ ; a definição é então a de AFD.

$$\text{Compile}(EF) = \langle S_E \cup S_F, \{\epsilon\} \cup \Sigma_E \cup \Sigma_F, s_E, \delta_\epsilon \cup \delta_E \cup \delta_F, F_F \rangle$$

sendo

$$\delta_\epsilon = \{(f_E, \epsilon) \mapsto s_F \mid f_E \in F_E\} \text{ e } S_E \cap S_F = \emptyset$$

## $Compile(E + F)$

Relembre-se que

$$\mathcal{L}(E + F) = \mathcal{L}(E) \cup \mathcal{L}(F)$$

Assumindo então

$$Compile(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$Compile(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

é preciso no início decidir se a palavra  $w \in \mathcal{L}(E + F)$  vai ser executada:

- ▶ por  $Compile(E)$  (se  $w \in \mathcal{L}(E)$ ); ou
- ▶ por  $Compile(F)$  (se  $w \in \mathcal{L}(F)$ ).

Quem será o estado inicial de  $Compile(E + F)$ ?

# $Compile(E + F)$

Relembre-se que

$$\mathcal{L}(E + F) = \mathcal{L}(E) \cup \mathcal{L}(F)$$

Assumindo então

$$Compile(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$Compile(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

é preciso no início decidir se a palavra  $w \in \mathcal{L}(E + F)$  vai ser executada:

- ▶ por  $Compile(E)$  (se  $w \in \mathcal{L}(E)$ ); ou
- ▶ por  $Compile(F)$  (se  $w \in \mathcal{L}(F)$ ).

Quem será o estado inicial de  $Compile(E + F)$ ?

# $Compile(E + F)$

Relembre-se que

$$\mathcal{L}(E + F) = \mathcal{L}(E) \cup \mathcal{L}(F)$$

Assumindo então

$$Compile(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$Compile(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

é preciso no início decidir se a palavra  $w \in \mathcal{L}(E + F)$  vai ser executada:

- ▶ por  $Compile(E)$  (se  $w \in \mathcal{L}(E)$ ); ou
- ▶ por  $Compile(F)$  (se  $w \in \mathcal{L}(F)$ ).

Quem será o estado inicial de  $Compile(E + F)$ ?

## $Compile(E + F)$

Relembre-se que

$$\mathcal{L}(E + F) = \mathcal{L}(E) \cup \mathcal{L}(F)$$

Assumindo então

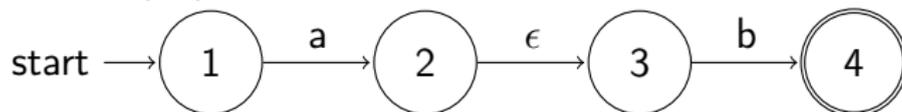
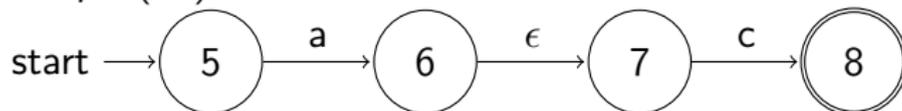
$$Compile(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \delta_E, F_E \rangle$$

$$Compile(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \delta_F, F_F \rangle$$

é preciso no início decidir se a palavra  $w \in \mathcal{L}(E + F)$  vai ser executada:

- ▶ por  $Compile(E)$  (se  $w \in \mathcal{L}(E)$ ); ou
- ▶ por  $Compile(F)$  (se  $w \in \mathcal{L}(F)$ ).

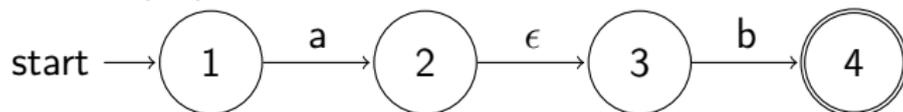
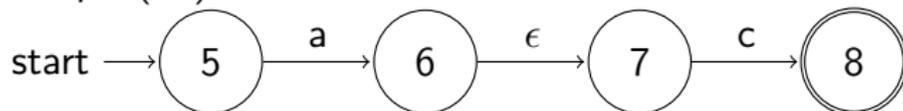
Quem será o estado inicial de  $Compile(E + F)$ ?

Um exemplo:  $Compile(ab + ac)$  $Compile(ab)$ : $Compile(ac)$ :

Dada uma palavra  $w \in \mathcal{L}((ab + ac))$ , o autómato que junta os dois tem que decidir *não-deterministicamente*:

- ▶ se  $w \in \mathcal{L}(ab)$  e então vai executar  $Compile(ab)$ ; ou
- ▶ se  $w \in \mathcal{L}(ac)$  e então vai executar  $Compile(ac)$ .

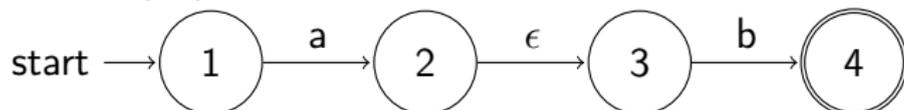
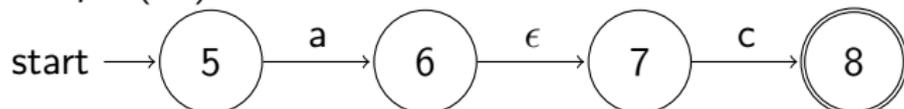
A “decisão” pode ser uma transição- $\epsilon$  a partir dum novo estado inicial para um dos “antigos” iniciais.

Um exemplo:  $Compile(ab + ac)$  $Compile(ab)$ : $Compile(ac)$ :

Dada uma palavra  $w \in \mathcal{L}((ab + ac))$ , o autómato que junta os dois tem que decidir *não-deterministicamente*

- ▶ se  $w \in \mathcal{L}(ab)$  e então vai executar  $Compile(ab)$ ; ou
- ▶ se  $w \in \mathcal{L}(ac)$  e então vai executar  $Compile(ac)$ .

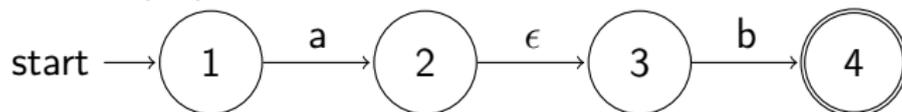
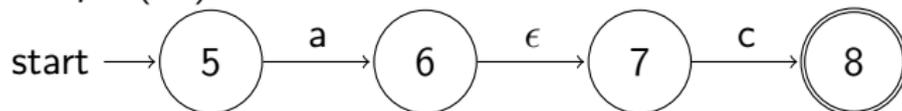
A “decisão” pode ser uma transição- $\epsilon$  a partir dum novo estado inicial para um dos “antigos” iniciais.

Um exemplo:  $Compile(ab + ac)$  $Compile(ab)$ : $Compile(ac)$ :

Dada uma palavra  $w \in \mathcal{L}((ab + ac))$ , o autômato que junta os dois tem que decidir *não-deterministicamente*:

- ▶ se  $w \in \mathcal{L}(ab)$  e então vai executar  $Compile(ab)$ ; ou
- ▶ se  $w \in \mathcal{L}(ac)$  e então vai executar  $Compile(ac)$ .

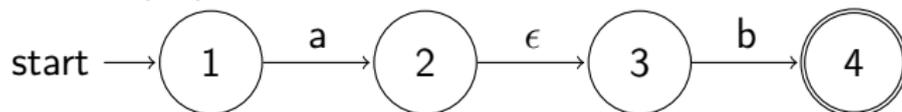
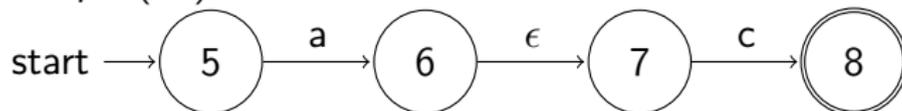
A “decisão” pode ser uma transição- $\epsilon$  a partir dum novo estado inicial para um dos “antigos” iniciais.

Um exemplo:  $Compile(ab + ac)$  $Compile(ab)$ : $Compile(ac)$ :

Dada uma palavra  $w \in \mathcal{L}((ab + ac))$ , o autômato que junta os dois tem que decidir *não-deterministicamente*:

- ▶ se  $w \in \mathcal{L}(ab)$  e então vai executar  $Compile(ab)$ ; ou
- ▶ se  $w \in \mathcal{L}(ac)$  e então vai executar  $Compile(ac)$ .

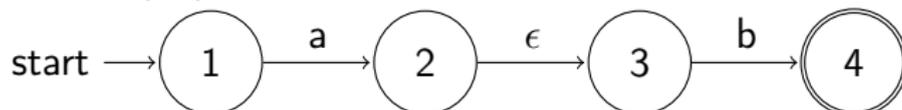
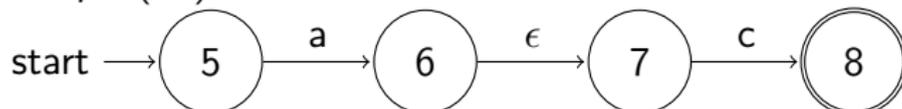
A “decisão” pode ser uma transição- $\epsilon$  a partir dum novo estado inicial para um dos “antigos” iniciais.

Um exemplo:  $Compile(ab + ac)$  $Compile(ab)$ : $Compile(ac)$ :

Dada uma palavra  $w \in \mathcal{L}((ab + ac))$ , o autômato que junta os dois tem que decidir *não-deterministicamente*:

- ▶ se  $w \in \mathcal{L}(ab)$  e então vai executar  $Compile(ab)$ ; ou
- ▶ se  $w \in \mathcal{L}(ac)$  e então vai executar  $Compile(ac)$ .

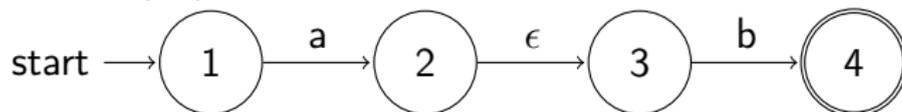
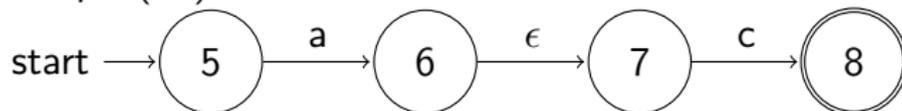
A “decisão” pode ser uma transição- $\epsilon$  a partir dum novo estado inicial para um dos “antigos” iniciais.

Um exemplo:  $Compile(ab + ac)$  $Compile(ab)$ : $Compile(ac)$ :

Dada uma palavra  $w \in \mathcal{L}((ab + ac))$ , o autómato que junta os dois tem que decidir *não-deterministicamente*:

- ▶ se  $w \in \mathcal{L}(ab)$  e então vai executar  $Compile(ab)$ ; ou
- ▶ se  $w \in \mathcal{L}(ac)$  e então vai executar  $Compile(ac)$ .

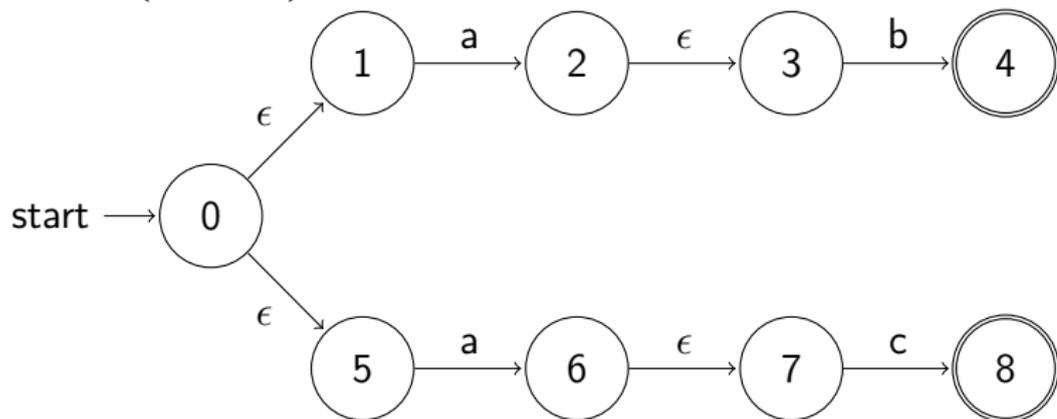
A “decisão” pode ser uma transição- $\epsilon$  a partir dum novo estado inicial para um dos “antigos” iniciais.

Um exemplo:  $Compile(ab + ac)$  $Compile(ab)$ : $Compile(ac)$ :

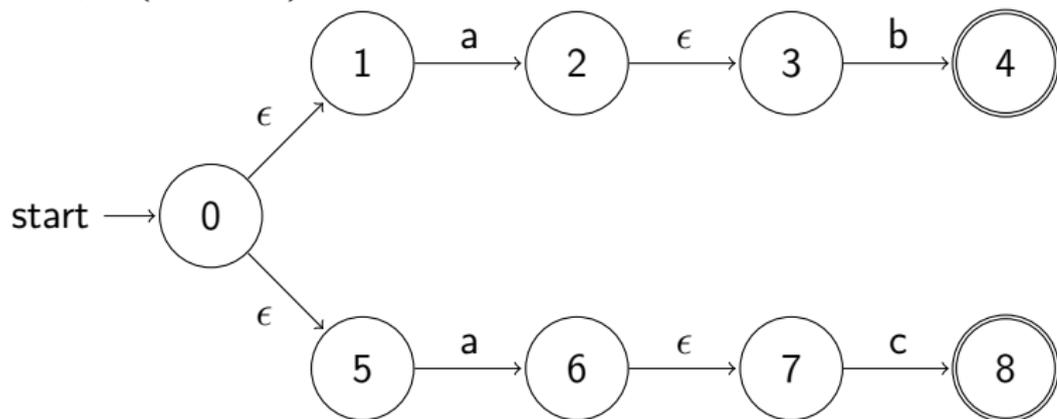
Dada uma palavra  $w \in \mathcal{L}((ab + ac))$ , o autômato que junta os dois tem que decidir *não-deterministicamente*:

- ▶ se  $w \in \mathcal{L}(ab)$  e então vai executar  $Compile(ab)$ ; ou
- ▶ se  $w \in \mathcal{L}(ac)$  e então vai executar  $Compile(ac)$ .

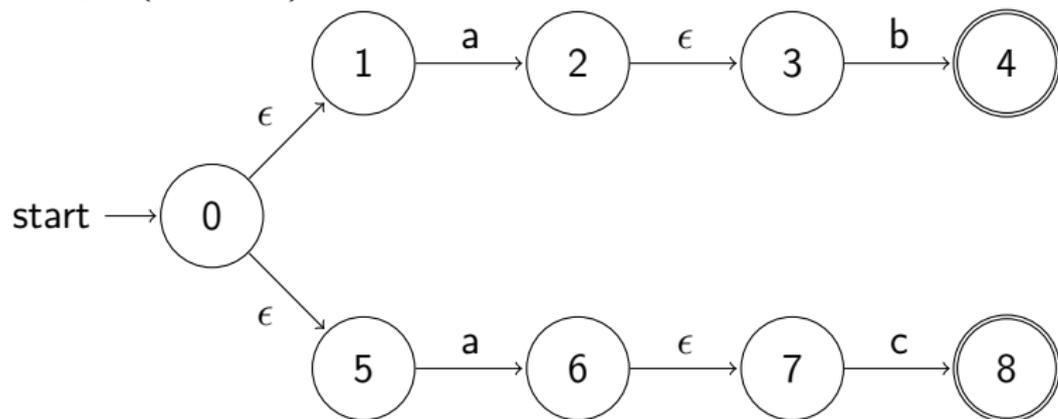
A “decisão” pode ser uma transição- $\epsilon$  a partir dum novo estado inicial para um dos “antigos” iniciais.

Um exemplo:  $Compile(ab + ac)$  $Compile(ab + ac)$ :

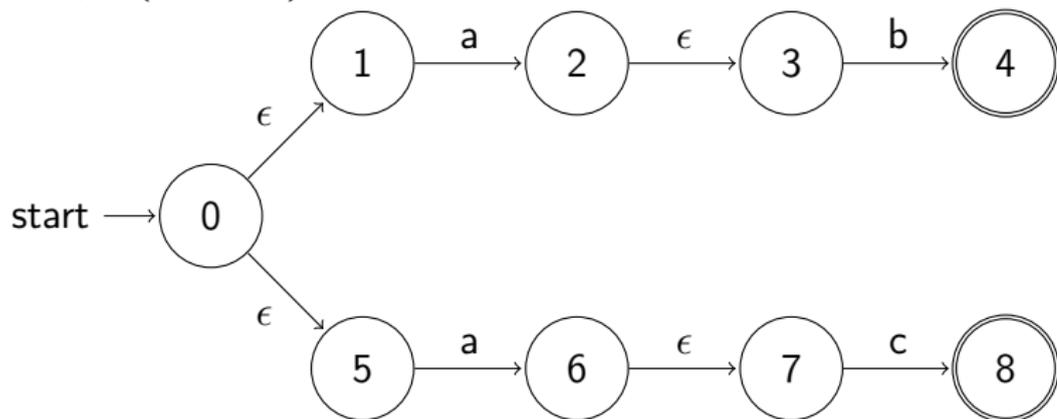
- ▶ O problema é que este autómato NÃO é determinista...
- ▶ É um autómato finito não determinista (AFN).
- ▶ Transições não deterministas exigem uma RELACÃO de transição, em vez de uma função!

Um exemplo:  $Compile(ab + ac)$  $Compile(ab + ac)$ :

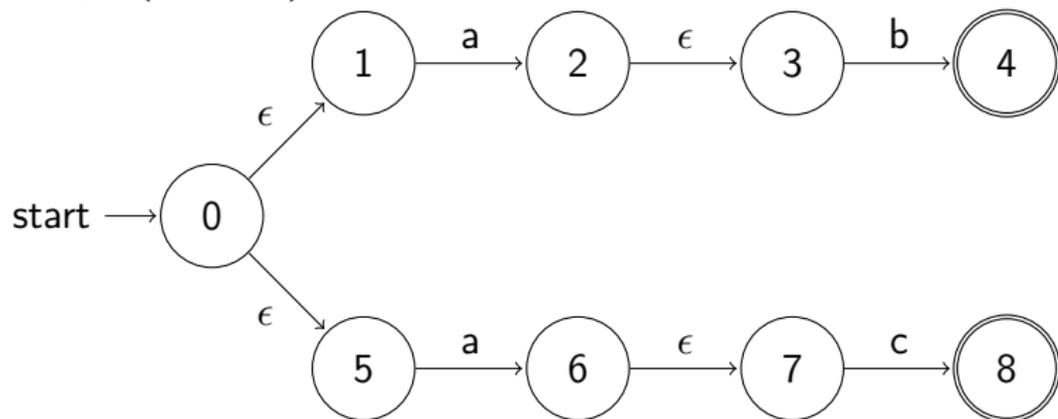
- ▶ O problema é que este autómato **NÃO** é determinista...
- ▶ É um autómato finito não determinista (AFN).
- ▶ Transições não deterministas exigem uma **RELAÇÃO** de transição, em vez de uma função!

Um exemplo:  $Compile(ab + ac)$  $Compile(ab + ac)$ :

- ▶ O problema é que este autómato NÃO é determinista...
- ▶ É um autómato finito não determinista (AFN).
- ▶ Transições não deterministas exigem uma **RELAÇÃO** de transição, em vez de uma função!

Um exemplo:  $Compile(ab + ac)$  $Compile(ab + ac)$ :

- ▶ O problema é que este autómato NÃO é determinista...
- ▶ É um autómato finito não determinista (AFN).
- ▶ Transições não deterministas exigem uma **RELAÇÃO** de transição, em vez de uma função!

Um exemplo:  $Compile(ab + ac)$  $Compile(ab + ac)$ :

- ▶ O problema é que este autómato NÃO é determinista...
- ▶ É um autómato finito não determinista (AFN).
- ▶ Transições não deterministas exigem uma **RELAÇÃO** de transição, em vez de uma função!

## Definição Formal

### Autómatos Finitos Não Deterministas

Um AFN é um quintuplo  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , sendo:

- ▶  $S$  um conjunto finito, dos *estados* de  $A$ .
- ▶  $\Sigma$  um conjunto finito, das *acções* de  $A$ .
- ▶  $s \in S$  é o *estado inicial* de  $A$ .
- ▶  $\Delta \subseteq S \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times S$  é a *relação de transição* de  $A$ .
- ▶  $F \subseteq S$  é o conjunto dos *estados finais* (ou de aceitação) de  $A$ .
- ▶ Apesar de não ser um modelo “realista” por não ser realizável, é muito conveniente, não só por razões “teóricas”.
- ▶ A especificação de sistemas complexos torna-se mais simples.

## Definição Formal

### Autómatos Finitos Não Deterministas

Um AFN é um quintuplo  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , sendo:

- ▶  $S$  um conjunto finito, dos *estados* de  $A$ .
- ▶  $\Sigma$  um conjunto finito, das *acções* de  $A$ .
- ▶  $s \in S$  é o *estado inicial* de  $A$ .
- ▶  $\Delta \subseteq S \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times S$  é a *relação de transição* de  $A$ .
- ▶  $F \subseteq S$  é o conjunto dos *estados finais* (ou de aceitação) de  $A$ .
- ▶ Apesar de não ser um modelo “realista” por não ser realizável, é muito conveniente, não só por razões “teóricas”.
- ▶ A especificação de sistemas complexos torna-se mais simples.

## Definição Formal

### Autómatos Finitos Não Deterministas

Um AFN é um quintuplo  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , sendo:

- ▶  $S$  um conjunto finito, dos *estados* de  $A$ .
- ▶  $\Sigma$  um conjunto finito, das *acções* de  $A$ .
- ▶  $s \in S$  é o *estado inicial* de  $A$ .
- ▶  $\Delta \subseteq S \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times S$  é a *relação de transição* de  $A$ .
- ▶  $F \subseteq S$  é o conjunto dos *estados finais* (ou de aceitação) de  $A$ .
- ▶ Apesar de não ser um modelo “realista” por não ser realizável, é muito conveniente, não só por razões “teóricas”.
- ▶ A especificação de sistemas complexos torna-se mais simples.

## Definição Formal

### Autómatos Finitos Não Deterministas

Um AFN é um quintuplo  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , sendo:

- ▶  $S$  um conjunto finito, dos *estados* de  $A$ .
- ▶  $\Sigma$  um conjunto finito, das *acções* de  $A$ .
- ▶  $s \in S$  é o *estado inicial* de  $A$ .
- ▶  $\Delta \subseteq S \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times S$  é a *relação de transição* de  $A$ .
- ▶  $F \subseteq S$  é o conjunto dos *estados finais* (ou de aceitação) de  $A$ .
- ▶ Apesar de não ser um modelo “realista” por não ser realizável, é muito conveniente, não só por razões “teóricas”.
- ▶ A especificação de sistemas complexos torna-se mais simples.

## Definição Formal

### Autómatos Finitos Não Deterministas

Um AFN é um quintuplo  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , sendo:

- ▶  $S$  um conjunto finito, dos *estados* de  $A$ .
- ▶  $\Sigma$  um conjunto finito, das *acções* de  $A$ .
- ▶  $s \in S$  é o *estado inicial* de  $A$ .
- ▶  $\Delta \subseteq S \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times S$  é a *relação de transição* de  $A$ .
- ▶  $F \subseteq S$  é o conjunto dos *estados finais* (ou de aceitação) de  $A$ .
- ▶ Apesar de não ser um modelo “realista” por não ser realizável, é muito conveniente, não só por razões “teóricas”.
- ▶ A especificação de sistemas complexos torna-se mais simples.

## Definição Formal

### Autómatos Finitos Não Deterministas

Um AFN é um quintuplo  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , sendo:

- ▶  $S$  um conjunto finito, dos *estados* de  $A$ .
- ▶  $\Sigma$  um conjunto finito, das *acções* de  $A$ .
- ▶  $s \in S$  é o *estado inicial* de  $A$ .
- ▶  $\Delta \subseteq S \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times S$  é a *relação de transição* de  $A$ .
- ▶  $F \subseteq S$  é o conjunto dos *estados finais* (ou de aceitação) de  $A$ .
- ▶ Apesar de não ser um modelo “realista” por não ser realizável, é muito conveniente, não só por razões “teóricas”.
- ▶ A especificação de sistemas complexos torna-se mais simples.

## Definição Formal

### Autómatos Finitos Não Deterministas

Um AFN é um quintuplo  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , sendo:

- ▶  $S$  um conjunto finito, dos *estados* de  $A$ .
- ▶  $\Sigma$  um conjunto finito, das *acções* de  $A$ .
- ▶  $s \in S$  é o *estado inicial* de  $A$ .
- ▶  $\Delta \subseteq S \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times S$  é a *relação de transição* de  $A$ .
- ▶  $F \subseteq S$  é o conjunto dos *estados finais* (ou de aceitação) de  $A$ .
  
- ▶ Apesar de não ser um modelo “realista” por não ser realizável, é muito conveniente, não só por razões “teóricas”.
- ▶ A especificação de sistemas complexos torna-se mais simples.

## Definição Formal

### Autómatos Finitos Não Deterministas

Um AFN é um quintuplo  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , sendo:

- ▶  $S$  um conjunto finito, dos *estados* de  $A$ .
- ▶  $\Sigma$  um conjunto finito, das *acções* de  $A$ .
- ▶  $s \in S$  é o *estado inicial* de  $A$ .
- ▶  $\Delta \subseteq S \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times S$  é a *relação de transição* de  $A$ .
- ▶  $F \subseteq S$  é o conjunto dos *estados finais* (ou de aceitação) de  $A$ .
  
- ▶ Apesar de não ser um modelo “realista” por não ser realizável, é muito conveniente, não só por razões “teóricas”.
- ▶ A especificação de sistemas complexos torna-se mais simples.

## Definição Formal

### Autómatos Finitos Não Deterministas

Um AFN é um quintuplo  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , sendo:

- ▶  $S$  um conjunto finito, dos *estados* de  $A$ .
- ▶  $\Sigma$  um conjunto finito, das *acções* de  $A$ .
- ▶  $s \in S$  é o *estado inicial* de  $A$ .
- ▶  $\Delta \subseteq S \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times S$  é a *relação de transição* de  $A$ .
- ▶  $F \subseteq S$  é o conjunto dos *estados finais* (ou de aceitação) de  $A$ .
  
- ▶ Apesar de não ser um modelo “realista” por não ser realizável, é muito conveniente, não só por razões “teóricas”.
- ▶ A especificação de sistemas complexos torna-se mais simples.

## Definição Formal

### Autómatos Finitos Não Deterministas

Um AFN é um quintuplo  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , sendo:

- ▶  $S$  um conjunto finito, dos *estados* de  $A$ .
- ▶  $\Sigma$  um conjunto finito, das *acções* de  $A$ .
- ▶  $s \in S$  é o *estado inicial* de  $A$ .
- ▶  $\Delta \subseteq S \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times S$  é a *relação de transição* de  $A$ .
- ▶  $F \subseteq S$  é o conjunto dos *estados finais* (ou de aceitação) de  $A$ .
  
- ▶ Apesar de não ser um modelo “realista” por não ser realizável, é muito conveniente, não só por razões “teóricas”.
- ▶ A especificação de sistemas complexos torna-se mais simples.

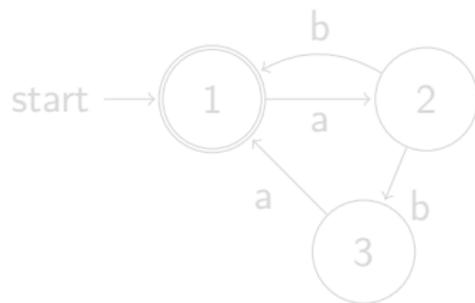
## AFDs versus AFNs

Autómatato que reconhece  $(ab + aba)^*$ 

AFD:



AFN:



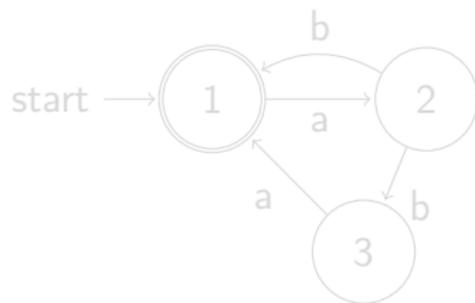
## AFDs versus AFNs

Autómatato que reconhece  $(ab + aba)^*$ 

AFD:



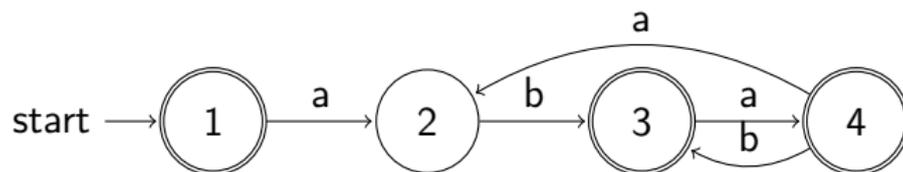
AFN:



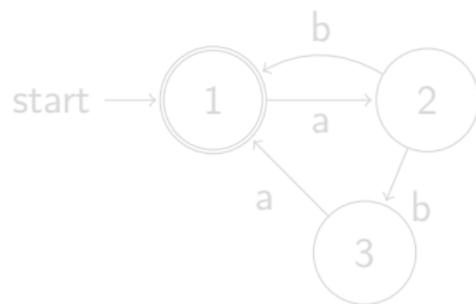
## AFDs versus AFNs

Autómatato que reconhece  $(ab + aba)^*$ 

AFD:



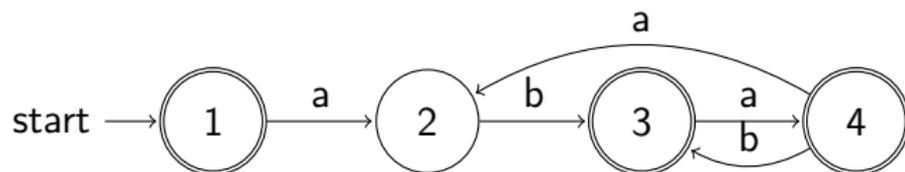
AFN:



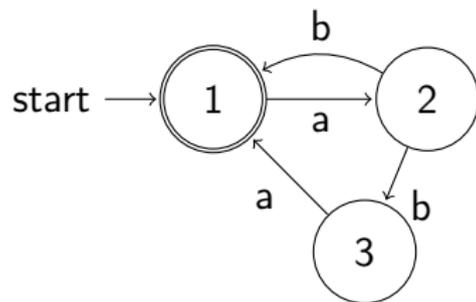
## AFDs versus AFNs

Autómatos que reconhece  $(ab + aba)^*$

AFD:

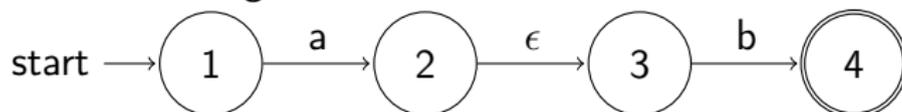


AFN:



## Relação de transição estendida: intuição

Considere-se agora o AFN



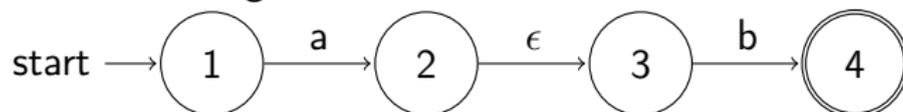
Como mostrar que aceita a palavra  $ab$ ? Note que  $ab = a\epsilon b$ . Então

$$\begin{array}{l} \langle 1, |a\epsilon b \rangle \xrightarrow{(1,a,2) \in \Delta} \langle 2, a|\epsilon b \rangle \\ \xrightarrow{(2,\epsilon,3) \in \Delta} \langle 3, a\epsilon|b \rangle \\ \xrightarrow{(3,b,4) \in \Delta} \langle 4, a\epsilon b| \rangle \end{array}$$

Define-se a execução de palavras por um AFN (*i.e.*, as computações do autómato não determinista), de forma semelhante ao que se fez para um AFD.

## Relação de transição estendida: intuição

Considere-se agora o AFN



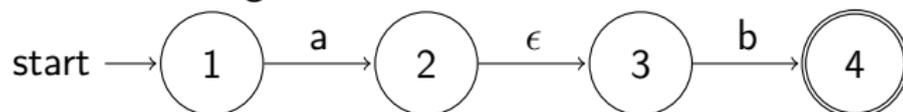
Como mostrar que aceita a palavra  $ab$ ? Note que  $ab = a\epsilon b$ . Então

$$\begin{array}{l} \langle 1, |a\epsilon b \rangle \xrightarrow{(1,a,2) \in \Delta} \langle 2, a|\epsilon b \rangle \\ \xrightarrow{(2,\epsilon,3) \in \Delta} \langle 3, a\epsilon|b \rangle \\ \xrightarrow{(3,b,4) \in \Delta} \langle 4, a\epsilon b| \rangle \end{array}$$

Define-se a execução de palavras por um AFN (*i.e.*, as computações do autómato não determinista), de forma semelhante ao que se fez para um AFD.

## Relação de transição estendida: intuição

Considere-se agora o AFN



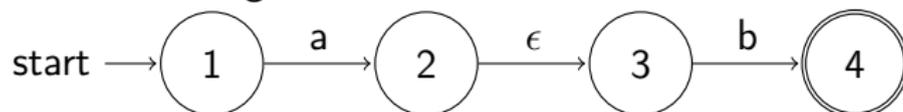
Como mostrar que aceita a palavra  $ab$ ? Note que  $ab = a\epsilon b$ . Então

$$\begin{array}{l} \langle 1, |a\epsilon b \rangle \xrightarrow{(1,a,2) \in \Delta} \langle 2, a|\epsilon b \rangle \\ \xrightarrow{(2,\epsilon,3) \in \Delta} \langle 3, a\epsilon|b \rangle \\ \xrightarrow{(3,b,4) \in \Delta} \langle 4, a\epsilon b| \rangle \end{array}$$

Define-se a execução de palavras por um AFN (*i.e.*, as computações do autómato não determinista), de forma semelhante ao que se fez para um AFD.

## Relação de transição estendida: intuição

Considere-se agora o AFN



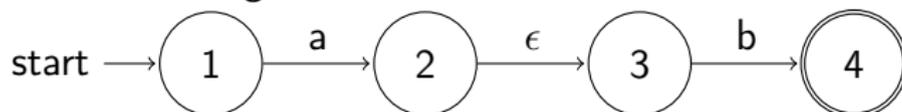
Como mostrar que aceita a palavra  $ab$ ? Note que  $ab = a\epsilon b$ . Então

$$\begin{array}{l} \langle 1, |a\epsilon b \rangle \xrightarrow{(1,a,2) \in \Delta} \langle 2, a|\epsilon b \rangle \\ \xrightarrow{(2,\epsilon,3) \in \Delta} \langle 3, a\epsilon|b \rangle \\ \xrightarrow{(3,b,4) \in \Delta} \langle 4, a\epsilon b| \rangle \end{array}$$

Define-se a execução de palavras por um AFN (*i.e.*, as computações do autómato não determinista), de forma semelhante ao que se fez para um AFD.

## Relação de transição estendida: intuição

Considere-se agora o AFN



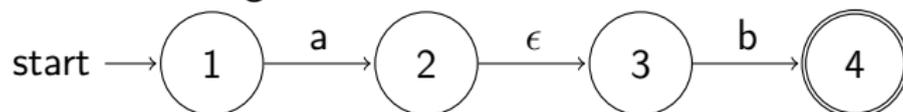
Como mostrar que aceita a palavra  $ab$ ? Note que  $ab = a\epsilon b$ . Então

$$\begin{array}{l} \langle 1, |a\epsilon b \rangle \xrightarrow{(1,a,2) \in \Delta} \langle 2, a|\epsilon b \rangle \\ \xrightarrow{(2,\epsilon,3) \in \Delta} \langle 3, a\epsilon|b \rangle \\ \xrightarrow{(3,b,4) \in \Delta} \langle 4, a\epsilon b| \rangle \end{array}$$

Define-se a execução de palavras por um AFN (*i.e.*, as computações do autómato não determinista), de forma semelhante ao que se fez para um AFD.

## Relação de transição estendida: intuição

Considere-se agora o AFN



Como mostrar que aceita a palavra  $ab$ ? Note que  $ab = a\epsilon b$ . Então

$$\begin{array}{l} \langle 1, |a\epsilon b \rangle \xrightarrow{(1,a,2) \in \Delta} \langle 2, a|\epsilon b \rangle \\ \xrightarrow{(2,\epsilon,3) \in \Delta} \langle 3, a\epsilon|b \rangle \\ \xrightarrow{(3,b,4) \in \Delta} \langle 4, a\epsilon b| \rangle \end{array}$$

Define-se a execução de palavras por um AFN (*i.e.*, as computações do autómato não determinista), de forma semelhante ao que se fez para um AFD.

## Relação de transição estendida: definição e exemplo

Dado um AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , a relação  $\Delta^* \subseteq S \times \Sigma^* \rightarrow S$  é definida indutivamente:

$$s \in S \Rightarrow (s, \epsilon, s) \in \Delta^*$$

$$(s, a, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* \Rightarrow (s, au, s'') \in \Delta^*$$

$$(s, \epsilon, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* \Rightarrow (s, u, s'') \in \Delta^*$$

O AFN da página anterior (chamemos-lhe  $AB$ ) executa  $ab$ , pois  $(1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$ :

$$(3, b, 4) \in \Delta_{AB} \wedge (4, \epsilon, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

$$(2, \epsilon, 3) \in \Delta_{AB} \wedge (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

$$(1, a, 2) \in \Delta_{AB} \wedge (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

## Relação de transição estendida: definição e exemplo

Dado um AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , a relação  $\Delta^* \subseteq S \times \Sigma^* \rightarrow S$  é definida indutivamente:

$$\begin{aligned} s \in S &\Rightarrow (s, \epsilon, s) \in \Delta^* \\ (s, a, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* &\Rightarrow (s, au, s'') \in \Delta^* \\ (s, \epsilon, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* &\Rightarrow (s, u, s'') \in \Delta^* \end{aligned}$$

O AFN da página anterior (chamemos-lhe  $AB$ ) executa  $ab$ , pois  $(1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$ :

$$\begin{aligned} (3, b, 4) \in \Delta_{AB} \wedge (4, \epsilon, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \\ (2, \epsilon, 3) \in \Delta_{AB} \wedge (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \\ (1, a, 2) \in \Delta_{AB} \wedge (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^* \end{aligned}$$

## Relação de transição estendida: definição e exemplo

Dado um AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , a relação  $\Delta^* \subseteq S \times \Sigma^* \rightarrow S$  é definida indutivamente:

$$s \in S \Rightarrow (s, \epsilon, s) \in \Delta^*$$

$$(s, a, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* \Rightarrow (s, au, s'') \in \Delta^*$$

$$(s, \epsilon, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* \Rightarrow (s, u, s'') \in \Delta^*$$

O AFN da página anterior (chamemos-lhe  $AB$ ) executa  $ab$ , pois  $(1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$ :

$$(3, b, 4) \in \Delta_{AB} \wedge (4, \epsilon, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

$$(2, \epsilon, 3) \in \Delta_{AB} \wedge (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

$$(1, a, 2) \in \Delta_{AB} \wedge (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

## Relação de transição estendida: definição e exemplo

Dado um AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , a relação  $\Delta^* \subseteq S \times \Sigma^* \rightarrow S$  é definida indutivamente:

$$\begin{aligned} s \in S &\Rightarrow (s, \epsilon, s) \in \Delta^* \\ (s, a, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* &\Rightarrow (s, au, s'') \in \Delta^* \\ (s, \epsilon, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* &\Rightarrow (s, u, s'') \in \Delta^* \end{aligned}$$

O AFN da página anterior (chamemos-lhe  $AB$ ) executa  $ab$ , pois  $(1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$ :

$$\begin{aligned} (3, b, 4) \in \Delta_{AB} \wedge (4, \epsilon, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \\ (2, \epsilon, 3) \in \Delta_{AB} \wedge (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \\ (1, a, 2) \in \Delta_{AB} \wedge (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^* \end{aligned}$$

## Relação de transição estendida: definição e exemplo

Dado um AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , a relação  $\Delta^* \subseteq S \times \Sigma^* \rightarrow S$  é definida indutivamente:

$$\begin{aligned} s \in S &\Rightarrow (s, \epsilon, s) \in \Delta^* \\ (s, a, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* &\Rightarrow (s, au, s'') \in \Delta^* \\ (s, \epsilon, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* &\Rightarrow (s, u, s'') \in \Delta^* \end{aligned}$$

O AFN da página anterior (chamemos-lhe  $AB$ ) executa  $ab$ , pois  $(1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$ :

$$\begin{aligned} (3, b, 4) \in \Delta_{AB} \wedge (4, \epsilon, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \\ (2, \epsilon, 3) \in \Delta_{AB} \wedge (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \\ (1, a, 2) \in \Delta_{AB} \wedge (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^* \end{aligned}$$

## Relação de transição estendida: definição e exemplo

Dado um AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , a relação  $\Delta^* \subseteq S \times \Sigma^* \rightarrow S$  é definida indutivamente:

$$\begin{aligned} s \in S &\Rightarrow (s, \epsilon, s) \in \Delta^* \\ (s, a, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* &\Rightarrow (s, au, s'') \in \Delta^* \\ (s, \epsilon, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* &\Rightarrow (s, u, s'') \in \Delta^* \end{aligned}$$

O AFN da página anterior (chamemos-lhe  $AB$ ) executa  $ab$ , pois  $(1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$ :

$$\begin{aligned} (3, b, 4) \in \Delta_{AB} \wedge (4, \epsilon, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \\ (2, \epsilon, 3) \in \Delta_{AB} \wedge (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \\ (1, a, 2) \in \Delta_{AB} \wedge (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^* \end{aligned}$$

## Relação de transição estendida: definição e exemplo

Dado um AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , a relação  $\Delta^* \subseteq S \times \Sigma^* \rightarrow S$  é definida indutivamente:

$$s \in S \Rightarrow (s, \epsilon, s) \in \Delta^*$$

$$(s, a, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* \Rightarrow (s, au, s'') \in \Delta^*$$

$$(s, \epsilon, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* \Rightarrow (s, u, s'') \in \Delta^*$$

O AFN da página anterior (chamemos-lhe  $AB$ ) executa  $ab$ , pois  $(1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$ :

$$(3, b, 4) \in \Delta_{AB} \wedge (4, \epsilon, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

$$(2, \epsilon, 3) \in \Delta_{AB} \wedge (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

$$(1, a, 2) \in \Delta_{AB} \wedge (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

## Relação de transição estendida: definição e exemplo

Dado um AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , a relação  $\Delta^* \subseteq S \times \Sigma^* \rightarrow S$  é definida indutivamente:

$$s \in S \Rightarrow (s, \epsilon, s) \in \Delta^*$$

$$(s, a, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* \Rightarrow (s, au, s'') \in \Delta^*$$

$$(s, \epsilon, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* \Rightarrow (s, u, s'') \in \Delta^*$$

O AFN da página anterior (chamemos-lhe  $AB$ ) executa  $ab$ , pois  $(1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$ :

$$\begin{aligned} (3, b, 4) \in \Delta_{AB} \wedge (4, \epsilon, 4) \in \Delta_{AB}^* & \text{ logo } (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \\ (2, \epsilon, 3) \in \Delta_{AB} \wedge (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* & \text{ logo } (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \\ (1, a, 2) \in \Delta_{AB} \wedge (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* & \text{ logo } (1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^* \end{aligned}$$

## Relação de transição estendida: definição e exemplo

Dado um AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , a relação  $\Delta^* \subseteq S \times \Sigma^* \rightarrow S$  é definida indutivamente:

$$s \in S \Rightarrow (s, \epsilon, s) \in \Delta^*$$

$$(s, a, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* \Rightarrow (s, au, s'') \in \Delta^*$$

$$(s, \epsilon, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* \Rightarrow (s, u, s'') \in \Delta^*$$

O AFN da página anterior (chamemos-lhe  $AB$ ) executa  $ab$ , pois  $(1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$ :

$$(3, b, 4) \in \Delta_{AB} \wedge (4, \epsilon, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

$$(2, \epsilon, 3) \in \Delta_{AB} \wedge (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

$$(1, a, 2) \in \Delta_{AB} \wedge (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

## Relação de transição estendida: definição e exemplo

Dado um AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , a relação  $\Delta^* \subseteq S \times \Sigma^* \rightarrow S$  é definida indutivamente:

$$s \in S \Rightarrow (s, \epsilon, s) \in \Delta^*$$

$$(s, a, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* \Rightarrow (s, au, s'') \in \Delta^*$$

$$(s, \epsilon, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* \Rightarrow (s, u, s'') \in \Delta^*$$

O AFN da página anterior (chamemos-lhe  $AB$ ) executa  $ab$ , pois  $(1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$ :

$$(3, b, 4) \in \Delta_{AB} \wedge (4, \epsilon, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

$$(2, \epsilon, 3) \in \Delta_{AB} \wedge (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

$$(1, a, 2) \in \Delta_{AB} \wedge (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \quad \text{logo } (1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$$

## Relação de transição estendida: definição e exemplo

Dado um AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ , a relação  $\Delta^* \subseteq S \times \Sigma^* \rightarrow S$  é definida indutivamente:

$$\begin{aligned} s \in S &\Rightarrow (s, \epsilon, s) \in \Delta^* \\ (s, a, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* &\Rightarrow (s, au, s'') \in \Delta^* \\ (s, \epsilon, s') \in \Delta \wedge (s', u, s'') \in \Delta^* &\Rightarrow (s, u, s'') \in \Delta^* \end{aligned}$$

O AFN da página anterior (chamemos-lhe  $AB$ ) executa  $ab$ , pois  $(1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^*$ :

$$\begin{aligned} (3, b, 4) \in \Delta_{AB} \wedge (4, \epsilon, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \\ (2, \epsilon, 3) \in \Delta_{AB} \wedge (3, b, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* \\ (1, a, 2) \in \Delta_{AB} \wedge (2, b, 4) \in \Delta_{AB}^* &\quad \text{logo } (1, ab, 4) \in \Delta_{AB}^* \end{aligned}$$

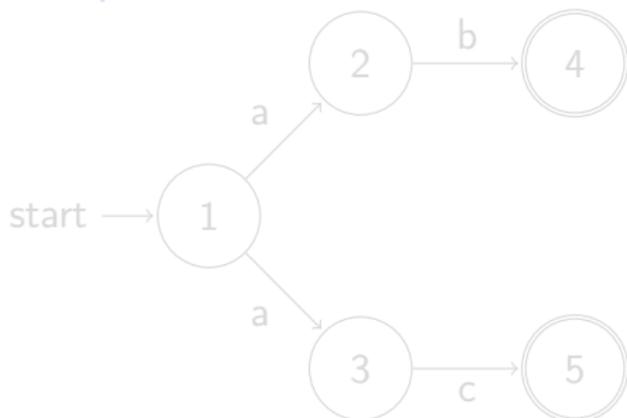
## Linguagem de um AFN

Considere-se o AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ . A linguagem aceite é:

$$\mathcal{L}(A) = \{w \in \text{Words}(\Sigma) \mid \exists f.f \in F_A \wedge (s_A, w, f) \in \Delta^*\}$$

Como  $\Delta$  é uma relação (não determinista), ao executar dada palavra o AFN pode ter que *adivinhar* o caminho a tomar!

Exemplo: como executar *ac*?



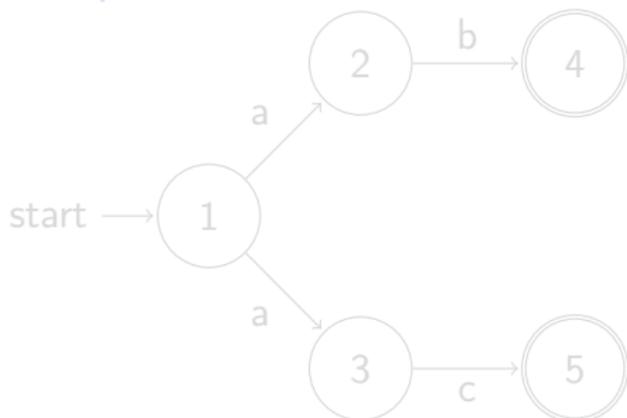
## Linguagem de um AFN

Considere-se o AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ . A linguagem aceite é

$$\mathcal{L}(A) = \{w \in \text{Words}(\Sigma) \mid \exists f.f \in F_A \wedge (s_A, w, f) \in \Delta^*\}$$

Como  $\Delta$  é uma relação (não determinista), ao executar dada palavra o AFN pode ter que *adivinhar* o caminho a tomar!

Exemplo: como executar *ac*?



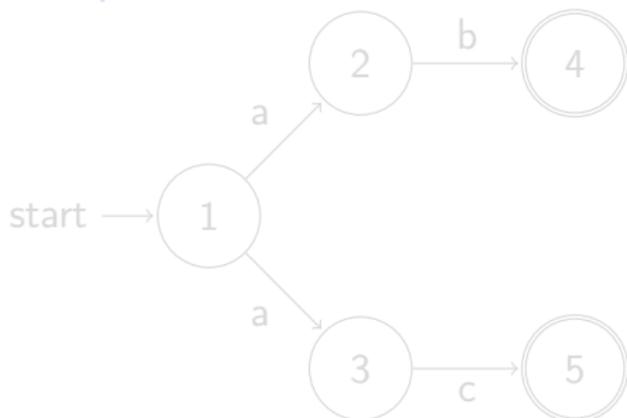
## Linguagem de um AFN

Considere-se o AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ . A linguagem aceite é:

$$\mathcal{L}(A) = \{w \in \text{Words}(\Sigma) \mid \exists f.f \in F_A \wedge (s_A, w, f) \in \Delta^*\}$$

Como  $\Delta$  é uma relação (não determinista), ao executar dada palavra o AFN pode ter que *adivinhar* o caminho a tomar!

Exemplo: como executar *ac*?



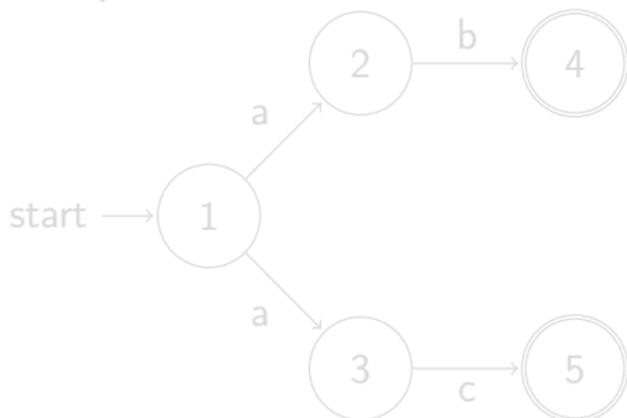
## Linguagem de um AFN

Considere-se o AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ . A linguagem aceite é:

$$\mathcal{L}(A) = \{w \in \text{Words}(\Sigma) \mid \exists f.f \in F_A \wedge (s_A, w, f) \in \Delta^*\}$$

Como  $\Delta$  é uma relação (não determinista), ao executar dada palavra o AFN pode ter que *adivinhar* o caminho a tomar!

Exemplo: como executar *ac*?



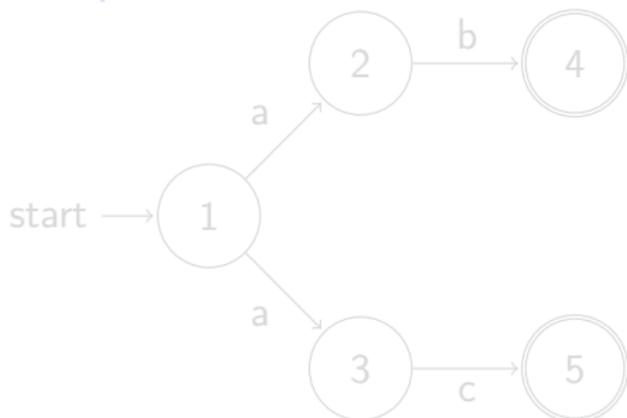
## Linguagem de um AFN

Considere-se o AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ . A linguagem aceite é:

$$\mathcal{L}(A) = \{w \in \text{Words}(\Sigma) \mid \exists f.f \in F_A \wedge (s_A, w, f) \in \Delta^*\}$$

Como  $\Delta$  é uma relação (não determinista), ao executar dada palavra o AFN pode ter que *adivinhar* o caminho a tomar!

Exemplo: como executar *ac*?



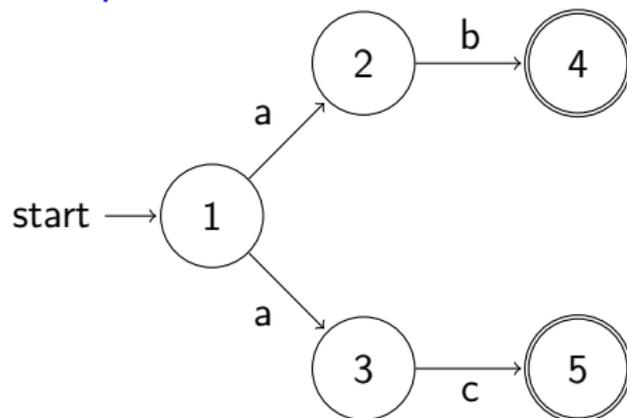
## Linguagem de um AFN

Considere-se o AFN  $A = \langle S, \Sigma, s, \Delta, F \rangle$ . A linguagem aceite é:

$$\mathcal{L}(A) = \{w \in \text{Words}(\Sigma) \mid \exists f.f \in F_A \wedge (s_A, w, f) \in \Delta^*\}$$

Como  $\Delta$  é uma relação (não determinista), ao executar dada palavra o AFN pode ter que *adivinhar* o caminho a tomar!

Exemplo: como executar *ac*?



## A função *Compile*

- ▶ Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFN}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFNs sobre  $\Sigma$ .
- ▶ Quer-se definir a função

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFN}_{\Sigma}$$

- ▶ Como um AFD (com transições- $\epsilon$ ) é um (caso particular de) um AFN, as traduções definidas para os casos anteriores são ainda válidas.
- ▶ Falta definir a função para dois casos:  $(E + F)$  e  $E^*$ .

## A função *Compile*

- ▶ Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFN}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFNs sobre  $\Sigma$ .
- ▶ Quer-se definir a função

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFN}_{\Sigma}$$

- ▶ Como um AFD (com transições- $\epsilon$ ) é um (caso particular de) um AFN, as traduções definidas para os casos anteriores são ainda válidas.
- ▶ Falta definir a função para dois casos:  $(E + F)$  e  $E^*$ .

## A função *Compile*

- ▶ Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFN}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFNs sobre  $\Sigma$ .
- ▶ Quer-se definir a função

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFN}_{\Sigma}$$

- ▶ Como um AFD (com transições- $\epsilon$ ) é um (caso particular de) um AFN, as traduções definidas para os casos anteriores são ainda válidas.
- ▶ Falta definir a função para dois casos:  $(E + F)$  e  $E^*$ .

## A função *Compile*

- ▶ Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFN}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFNs sobre  $\Sigma$ .
- ▶ Quer-se definir a função

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFN}_{\Sigma}$$

- ▶ Como um AFD (com transições- $\epsilon$ ) é um (caso particular de) um AFN, as traduções definidas para os casos anteriores são ainda válidas.
- ▶ Falta definir a função para dois casos:  $(E + F)$  e  $E^*$ .

## A função *Compile*

- ▶ Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFN}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFNs sobre  $\Sigma$ .
- ▶ Quer-se definir a função

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFN}_{\Sigma}$$

- ▶ Como um AFD (com transições- $\epsilon$ ) é um (caso particular de) um AFN, as traduções definidas para os casos anteriores são ainda válidas.
- ▶ Falta definir a função para dois casos:  $(E + F)$  e  $E^*$ .

## A função *Compile*

- ▶ Dado um alfabeto  $\Sigma$ , seja  $\mathcal{AFN}_{\Sigma}$  o conjunto de todos os AFNs sobre  $\Sigma$ .
- ▶ Quer-se definir a função

$$\text{Compile} \subseteq \text{RegExp}(\Sigma) \rightarrow \mathcal{AFN}_{\Sigma}$$

- ▶ Como um AFD (com transições- $\epsilon$ ) é um (caso particular de) um AFN, as traduções definidas para os casos anteriores são ainda válidas.
- ▶ Falta definir a função para dois casos:  $(E + F)$  e  $E^*$ .

# Compile( $E + F$ )

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E + F) = \mathcal{L}(E) \cup \mathcal{L}(F)$

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \Delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \Delta_F, F_F \rangle$$

Tem-se

$$\text{Compile}(E+F) = \langle \{i\} \cup S_E \cup S_F, \Sigma_E \cup \Sigma_F, i, \Delta_\epsilon \cup \Delta_E \cup \Delta_F, F_E \cup F_F \rangle$$

considerando:

- ▶  $(i \notin S_E \cup S_F) \wedge (S_E \cap S_F = \emptyset)$
- ▶  $\Delta_\epsilon = \{(i, \epsilon, s_E), (i, \epsilon, s_F)\}$

# Compile( $E + F$ )

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E + F) = \mathcal{L}(E) \cup \mathcal{L}(F)$

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \Delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \Delta_F, F_F \rangle$$

Tem-se

$$\text{Compile}(E+F) = \langle \{i\} \cup S_E \cup S_F, \Sigma_E \cup \Sigma_F, i, \Delta_\epsilon \cup \Delta_E \cup \Delta_F, F_E \cup F_F \rangle$$

considerando:

- ▶  $(i \notin S_E \cup S_F) \wedge (S_E \cap S_F = \emptyset)$
- ▶  $\Delta_\epsilon = \{(i, \epsilon, s_E), (i, \epsilon, s_F)\}$

# Compile( $E + F$ )

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E + F) = \mathcal{L}(E) \cup \mathcal{L}(F)$

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \Delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \Delta_F, F_F \rangle$$

Tem-se

$$\text{Compile}(E+F) = \langle \{i\} \cup S_E \cup S_F, \Sigma_E \cup \Sigma_F, i, \Delta_\epsilon \cup \Delta_E \cup \Delta_F, F_E \cup F_F \rangle$$

considerando:

- ▶  $(i \notin S_E \cup S_F) \wedge (S_E \cap S_F = \emptyset)$
- ▶  $\Delta_\epsilon = \{(i, \epsilon, s_E), (i, \epsilon, s_F)\}$

# Compile( $E + F$ )

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E + F) = \mathcal{L}(E) \cup \mathcal{L}(F)$

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \Delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \Delta_F, F_F \rangle$$

Tem-se

$$\text{Compile}(E+F) = \langle \{i\} \cup S_E \cup S_F, \Sigma_E \cup \Sigma_F, i, \Delta_\epsilon \cup \Delta_E \cup \Delta_F, F_E \cup F_F \rangle$$

considerando:

▶  $(i \notin S_E \cup S_F) \wedge (S_E \cap S_F = \emptyset)$

▶  $\Delta_\epsilon = \{(i, \epsilon, s_E), (i, \epsilon, s_F)\}$

# Compile( $E + F$ )

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E + F) = \mathcal{L}(E) \cup \mathcal{L}(F)$

Assumindo então

$$\text{Compile}(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \Delta_E, F_E \rangle$$

$$\text{Compile}(F) = \langle S_F, \Sigma_F, s_F, \Delta_F, F_F \rangle$$

Tem-se

$$\text{Compile}(E+F) = \langle \{i\} \cup S_E \cup S_F, \Sigma_E \cup \Sigma_F, i, \Delta_\epsilon \cup \Delta_E \cup \Delta_F, F_E \cup F_F \rangle$$

considerando:

- ▶  $(i \notin S_E \cup S_F) \wedge (S_E \cap S_F = \emptyset)$
- ▶  $\Delta_\epsilon = \{(i, \epsilon, s_E), (i, \epsilon, s_F)\}$

# $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

- ▶ Como para qualquer  $L$  se tem  $\epsilon \in L$ , então o estado inicial do autómato que se vai construir tem também que ser final.
- ▶ Pode-se pensar em  $E^*$  como  $\epsilon + E + EE + EEE + \dots$
- ▶ Então, para construir o AFN  $Compile(E)^*$ , tem que se usar as ideias da *concatenação* e da *soma*:
  - ▶ para obter  $Compile(EE)$ , liga-se os estados finais de  $Compile(E)$  ao inicial de  $Compile(E)$ , com uma transição- $\epsilon$ ;
  - ▶ para obter  $Compile(E^n + E^{n+1})$ , cria-se um novo estado inicial que se liga aos estados iniciais de cada um, com uma transição- $\epsilon$

# $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

- ▶ Como para qualquer  $L$  se tem  $\epsilon \in L$ , então o estado inicial do autómato que se vai construir tem também que ser final.
- ▶ Pode-se pensar em  $E^*$  como  $\epsilon + E + EE + EEE + \dots$
- ▶ Então, para construir o AFN  $Compile(E)^*$ , tem que se usar as ideias da *concatenação* e da *soma*:
  - ▶ para obter  $Compile(EE)$ , liga-se os estados finais de  $Compile(E)$  ao inicial de  $Compile(E)$ , com uma transição- $\epsilon$ ;
  - ▶ para obter  $Compile(E^n + E^{n+1})$ , cria-se um novo estado inicial que se liga aos estados iniciais de cada um, com uma transição- $\epsilon$

# $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

- ▶ Como para qualquer  $L$  se tem  $\epsilon \in L$ , então o estado inicial do autómato que se vai construir tem também que ser final.
- ▶ Pode-se pensar em  $E^*$  como  $\epsilon + E + EE + EEE + \dots$
- ▶ Então, para construir o AFN  $Compile(E)^*$ , tem que se usar as ideias da *concatenação* e da *soma*:
  - ▶ para obter  $Compile(EE)$ , liga-se os estados finais de  $Compile(E)$  ao inicial de  $Compile(E)$ , com uma transição- $\epsilon$ ;
  - ▶ para obter  $Compile(E^n + E^{n+1})$ , cria-se um novo estado inicial que se liga aos estados iniciais de cada um, com uma transição- $\epsilon$

# $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

- ▶ Como para qualquer  $L$  se tem  $\epsilon \in L$ , então o estado inicial do autómato que se vai construir tem também que ser final.
- ▶ Pode-se pensar em  $E^*$  como  $\epsilon + E + EE + EEE + \dots$
- ▶ Então, para construir o AFN  $Compile(E)^*$ , tem que se usar as ideias da *concatenação* e da *soma*:
  - ▶ para obter  $Compile(EE)$ , liga-se os estados finais de  $Compile(E)$  ao inicial de  $Compile(E)$ , com uma transição- $\epsilon$ ;
  - ▶ para obter  $Compile(E^n + E^{n+1})$ , cria-se um novo estado inicial que se liga aos estados iniciais de cada um, com uma transição- $\epsilon$

# $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

- ▶ Como para qualquer  $L$  se tem  $\epsilon \in L$ , então o estado inicial do autómato que se vai construir tem também que ser final.
- ▶ Pode-se pensar em  $E^*$  como  $\epsilon + E + EE + EEE + \dots$
- ▶ Então, para construir o AFN  $Compile(E)^*$ , tem que se usar as ideias da *concatenação* e da *soma*:
  - ▶ para obter  $Compile(EE)$ , liga-se os estados finais de  $Compile(E)$  ao inicial de  $Compile(E)$ , com uma transição- $\epsilon$ ;
  - ▶ para obter  $Compile(E^n + E^{n+1})$ , cria-se um novo estado inicial que se liga aos estados iniciais de cada um, com uma transição- $\epsilon$

# $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

- ▶ Como para qualquer  $L$  se tem  $\epsilon \in L$ , então o estado inicial do autómato que se vai construir tem também que ser final.
- ▶ Pode-se pensar em  $E^*$  como  $\epsilon + E + EE + EEE + \dots$
- ▶ Então, para construir o AFN  $Compile(E)^*$ , tem que se usar as ideias da *concatenação* e da *soma*:
  - ▶ para obter  $Compile(EE)$ , liga-se os estados finais de  $Compile(E)$  ao inicial de  $Compile(E)$ , com uma transição- $\epsilon$ ;
  - ▶ para obter  $Compile(E^n + E^{n+1})$ , cria-se um novo estado inicial que se liga aos estados iniciais de cada um, com uma transição- $\epsilon$

# $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

- ▶ Como para qualquer  $L$  se tem  $\epsilon \in L$ , então o estado inicial do autómato que se vai construir tem também que ser final.
- ▶ Pode-se pensar em  $E^*$  como  $\epsilon + E + EE + EEE + \dots$
- ▶ Então, para construir o AFN  $Compile(E)^*$ , tem que se usar as ideias da *concatenação* e da *soma*:
  - ▶ para obter  $Compile(EE)$ , liga-se os estados finais de  $Compile(E)$  ao inicial de  $Compile(E)$ , com uma transição- $\epsilon$ ;
  - ▶ para obter  $Compile(E^n + E^{n+1})$ , cria-se um novo estado inicial que se liga aos estados iniciais de cada um, com uma transição- $\epsilon$

# $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

- ▶ Como para qualquer  $L$  se tem  $\epsilon \in L$ , então o estado inicial do autómato que se vai construir tem também que ser final.
- ▶ Pode-se pensar em  $E^*$  como  $\epsilon + E + EE + EEE + \dots$
- ▶ Então, para construir o AFN  $Compile(E)^*$ , tem que se usar as ideias da *concatenação* e da *soma*:
  - ▶ para obter  $Compile(EE)$ , liga-se os estados finais de  $Compile(E)$  ao inicial de  $Compile(E)$ , com uma transição- $\epsilon$ ;
  - ▶ para obter  $Compile(E^n + E^{n+1})$ , cria-se um novo estado inicial que se liga aos estados iniciais de cada um, com uma transição- $\epsilon$

# $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

- ▶ Como para qualquer  $L$  se tem  $\epsilon \in L$ , então o estado inicial do autómato que se vai construir tem também que ser final.
- ▶ Pode-se pensar em  $E^*$  como  $\epsilon + E + EE + EEE + \dots$
- ▶ Então, para construir o AFN  $Compile(E)^*$ , tem que se usar as ideias da *concatenação* e da *soma*:
  - ▶ para obter  $Compile(EE)$ , liga-se os estados finais de  $Compile(E)$  ao inicial de  $Compile(E)$ , com uma transição- $\epsilon$ ;
  - ▶ para obter  $Compile(E^n + E^{n+1})$ , cria-se um novo estado inicial que se liga aos estados iniciais de cada um, com uma transição- $\epsilon$

# $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

- ▶ Como para qualquer  $L$  se tem  $\epsilon \in L$ , então o estado inicial do autómato que se vai construir tem também que ser final.
- ▶ Pode-se pensar em  $E^*$  como  $\epsilon + E + EE + EEE + \dots$
- ▶ Então, para construir o AFN  $Compile(E)^*$ , tem que se usar as ideias da *concatenação* e da *soma*:
  - ▶ para obter  $Compile(EE)$ , liga-se os estados finais de  $Compile(E)$  ao inicial de  $Compile(E)$ , com uma transição- $\epsilon$ ;
  - ▶ para obter  $Compile(E^n + E^{n+1})$ , cria-se um novo estado inicial que se liga aos estados iniciais de cada um, com uma transição- $\epsilon$

# $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

- ▶ Como para qualquer  $L$  se tem  $\epsilon \in L$ , então o estado inicial do autómato que se vai construir tem também que ser final.
- ▶ Pode-se pensar em  $E^*$  como  $\epsilon + E + EE + EEE + \dots$
- ▶ Então, para construir o AFN  $Compile(E)^*$ , tem que se usar as ideias da *concatenação* e da *soma*:
  - ▶ para obter  $Compile(EE)$ , liga-se os estados finais de  $Compile(E)$  ao inicial de  $Compile(E)$ , com uma transição- $\epsilon$ ;
  - ▶ para obter  $Compile(E^n + E^{n+1})$ , cria-se um novo estado inicial que se liga aos estados iniciais de cada um, com uma transição- $\epsilon$

# $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

- ▶ Como para qualquer  $L$  se tem  $\epsilon \in L$ , então o estado inicial do autómato que se vai construir tem também que ser final.
- ▶ Pode-se pensar em  $E^*$  como  $\epsilon + E + EE + EEE + \dots$
- ▶ Então, para construir o AFN  $Compile(E)^*$ , tem que se usar as ideias da *concatenação* e da *soma*:
  - ▶ para obter  $Compile(EE)$ , liga-se os estados finais de  $Compile(E)$  ao inicial de  $Compile(E)$ , com uma transição- $\epsilon$ ;
  - ▶ para obter  $Compile(E^n + E^{n+1})$ , cria-se um novo estado inicial que se liga aos estados iniciais de cada um, com uma transição- $\epsilon$

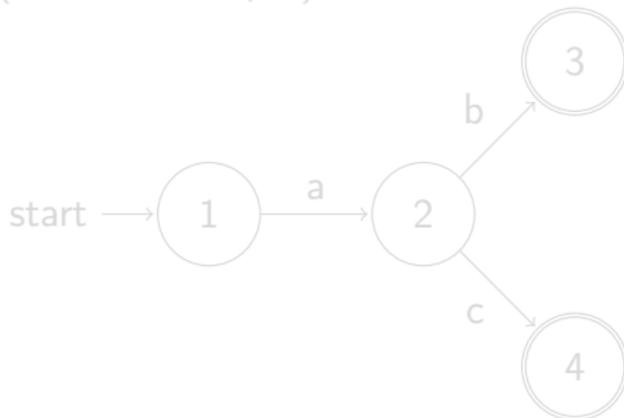
## $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

- ▶ Como para qualquer  $L$  se tem  $\epsilon \in L$ , então o estado inicial do autómato que se vai construir tem também que ser final.
- ▶ Pode-se pensar em  $E^*$  como  $\epsilon + E + EE + EEE + \dots$
- ▶ Então, para construir o AFN  $Compile(E)^*$ , tem que se usar as ideias da *concatenação* e da *soma*:
  - ▶ para obter  $Compile(EE)$ , liga-se os estados finais de  $Compile(E)$  ao inicial de  $Compile(E)$ , com uma transição- $\epsilon$ ;
  - ▶ para obter  $Compile(E^n + E^{n+1})$ , cria-se um novo estado inicial que se liga aos estados iniciais de cada um, com uma transição- $\epsilon$

Um exemplo: considere-se  $(a(b + c))^*$

Assume-se o AFD seguinte que aceita  $\mathcal{L}(a(b + c))$   
(não é a tradução):

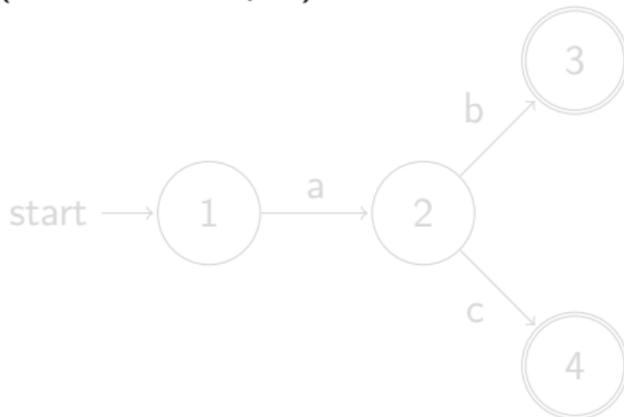


Como modificá-lo para aceitar  $\mathcal{L}(a(b + c)^*)$ ?

- ▶ acrescenta-se um novo estado inicial, que se liga ao estado 1 com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a soma);
- ▶ ligam-se cada antigo estado final ao novo inicial (também final) com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a concatenação).

Um exemplo: considere-se  $(a(b + c))^*$

Assume-se o AFD seguinte que aceita  $\mathcal{L}(a(b + c))$   
(não é a tradução):

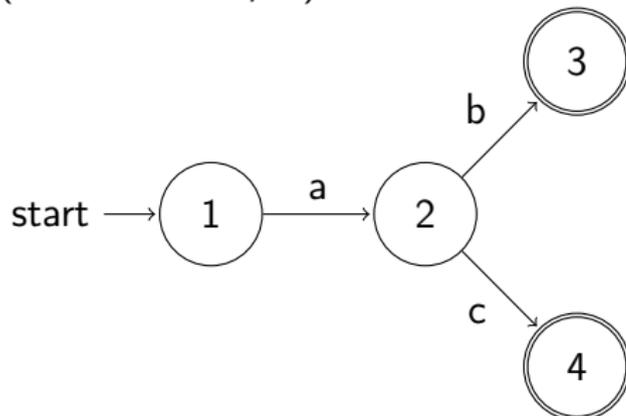


Como modificá-lo para aceitar  $\mathcal{L}(a(b + c)^*)$ ?

- ▶ acrescenta-se um novo estado inicial, que se liga ao estado 1 com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a soma);
- ▶ ligam-se cada antigo estado final ao novo inicial (também final) com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a concatenação).

Um exemplo: considere-se  $(a(b + c))^*$

Assume-se o AFD seguinte que aceita  $\mathcal{L}(a(b + c))$   
(não é a tradução):

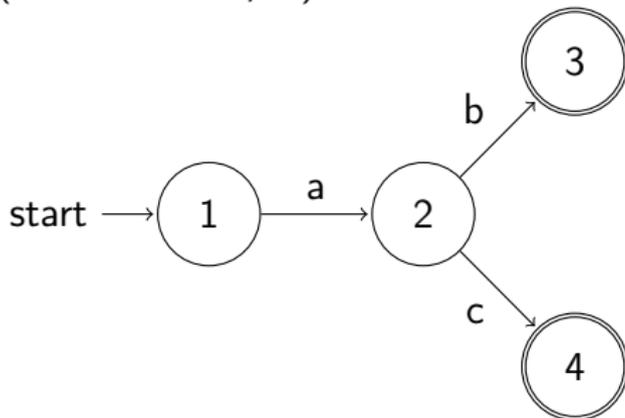


Como modificá-lo para aceitar  $\mathcal{L}(a(b + c)^*)$ ?

- ▶ acrescenta-se um novo estado inicial, que se liga ao estado 1 com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a soma);
- ▶ ligam-se cada antigo estado final ao novo inicial (também final) com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a concatenação).

Um exemplo: considere-se  $(a(b + c))^*$

Assume-se o AFD seguinte que aceita  $\mathcal{L}(a(b + c))$   
(não é a tradução):

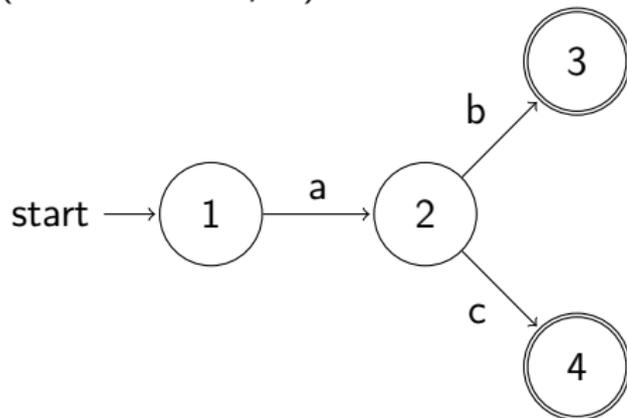


Como modificá-lo para aceitar  $\mathcal{L}(a(b + c)^*)$ ?

- ▶ acrescenta-se um novo estado inicial, que se liga ao estado 1 com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a soma);
- ▶ ligam-se cada antigo estado final ao novo inicial (também final) com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a concatenação).

Um exemplo: considere-se  $(a(b + c))^*$

Assume-se o AFD seguinte que aceita  $\mathcal{L}(a(b + c))$   
(não é a tradução):

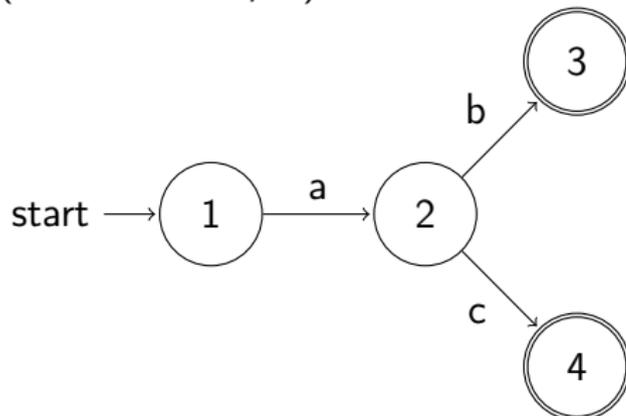


Como modificá-lo para aceitar  $\mathcal{L}(a(b + c)^*)$ ?

- ▶ acrescenta-se um novo estado inicial, que se liga ao estado 1 com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a soma);
- ▶ ligam-se cada antigo estado final ao novo inicial (também final) com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a concatenação).

Um exemplo: considere-se  $(a(b + c))^*$

Assume-se o AFD seguinte que aceita  $\mathcal{L}(a(b + c))$   
(não é a tradução):

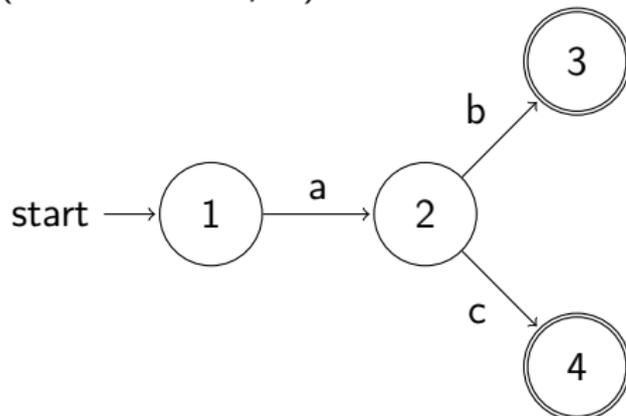


Como modificá-lo para aceitar  $\mathcal{L}(a(b + c)^*)$ ?

- ▶ acrescenta-se um novo estado inicial, que se liga ao estado 1 com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a soma);
- ▶ ligam-se cada antigo estado final ao novo inicial (também final) com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a concatenação).

Um exemplo: considere-se  $(a(b + c))^*$

Assume-se o AFD seguinte que aceita  $\mathcal{L}(a(b + c))$   
(não é a tradução):

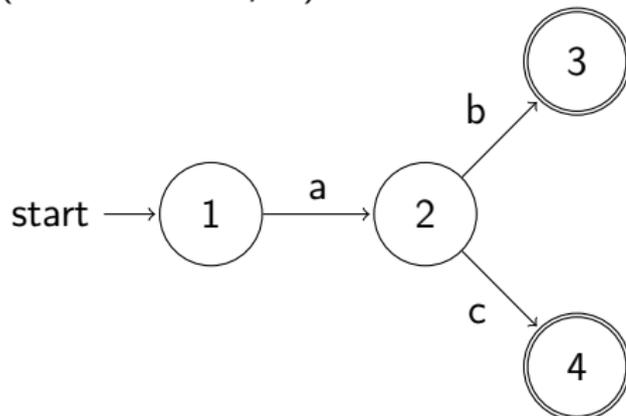


Como modificá-lo para aceitar  $\mathcal{L}(a(b + c)^*)$ ?

- ▶ acrescenta-se um novo estado inicial, que se liga ao estado 1 com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a soma);
- ▶ ligam-se cada antigo estado final ao novo inicial (também final) com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a concatenação).

Um exemplo: considere-se  $(a(b + c))^*$

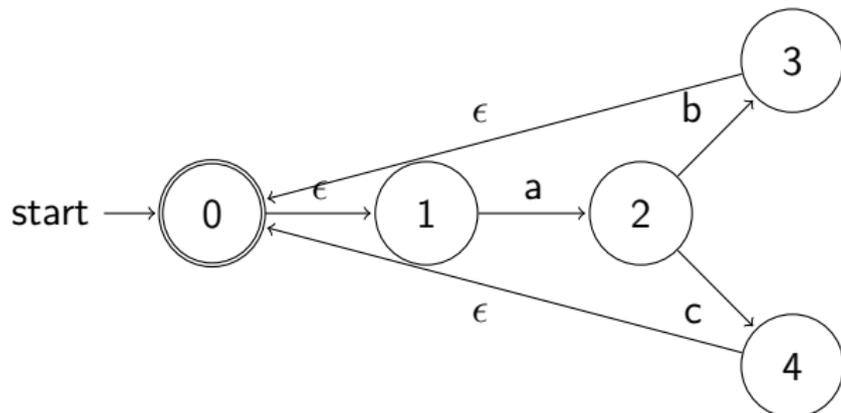
Assume-se o AFD seguinte que aceita  $\mathcal{L}(a(b + c))$   
(não é a tradução):



Como modificá-lo para aceitar  $\mathcal{L}(a(b + c)^*)$ ?

- ▶ acrescenta-se um novo estado inicial, que se liga ao estado 1 com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a soma);
- ▶ ligam-se cada antigo estado final ao novo inicial (também final) com uma transição- $\epsilon$  (para tratar a concatenação).

AFN que aceita  $(a(b + c))^*$



# $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

Assumindo então  $Compile(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \Delta_E, F_E \rangle$  Tem-se

$$Compile(E^*) = \langle \{i\} \cup S_E, \Sigma_E, i, \Delta_\epsilon \cup \Delta_E, \{i\} \rangle$$

considerando:

- ▶  $i \notin S_E$
- ▶  $\Delta_\epsilon = \{(i, \epsilon, s_E)\} \cup \{(f, \epsilon, i) \mid f \in S_F\}$

# $Compile(E^*)$

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

Assumindo então  $Compile(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \Delta_E, F_E \rangle$  Tem-se

$$Compile(E^*) = \langle \{i\} \cup S_E, \Sigma_E, i, \Delta_\epsilon \cup \Delta_E, \{i\} \rangle$$

considerando:

- ▶  $i \notin S_E$
- ▶  $\Delta_\epsilon = \{(i, \epsilon, s_E)\} \cup \{(f, \epsilon, i) \mid f \in S_F\}$

$Compile(E^*)$ 

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

Assumindo então  $Compile(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \Delta_E, F_E \rangle$  Tem-se

$$Compile(E^*) = \langle \{i\} \cup S_E, \Sigma_E, i, \Delta_\epsilon \cup \Delta_E, \{i\} \rangle$$

considerando:

- ▶  $i \notin S_E$
- ▶  $\Delta_\epsilon = \{(i, \epsilon, s_E)\} \cup \{(f, \epsilon, i) \mid f \in S_F\}$

$Compile(E^*)$ 

Relembre-se que  $\mathcal{L}(E^*) = \mathcal{L}(E)^*$

Assumindo então  $Compile(E) = \langle S_E, \Sigma_E, s_E, \Delta_E, F_E \rangle$  Tem-se

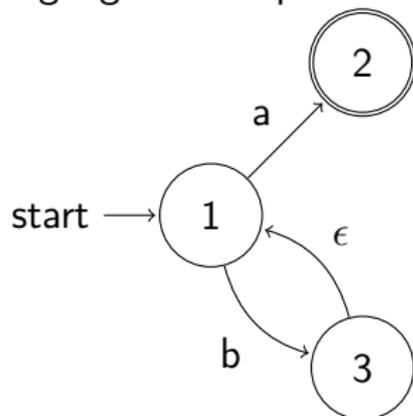
$$Compile(E^*) = \langle \{i\} \cup S_E, \Sigma_E, i, \Delta_\epsilon \cup \Delta_E, \{i\} \rangle$$

considerando:

- ▶  $i \notin S_E$
- ▶  $\Delta_\epsilon = \{(i, \epsilon, s_E)\} \cup \{(f, \epsilon, i) \mid f \in S_F\}$

# É mesmo necessário acrescentar um novo estado inicial?

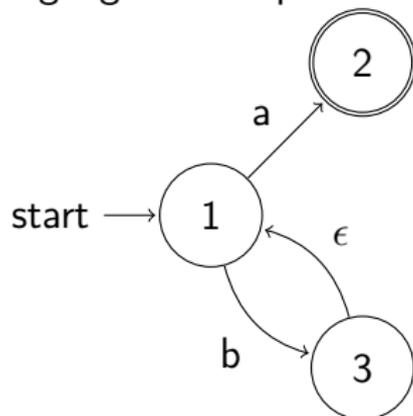
Considere-se o seguinte AFD com transições- $\epsilon$  que reconhece a linguagem da expressão regular  $a + b^+ a$ .



Para obter um AFD que reconheça  $(a + b^+ a)^*$  não basta ligarmos o antigo final ao inicial por  $\epsilon$  e tornar o inicial em final?  
 Não! Passaria a aceitar  $b^*$ .

# É mesmo necessário acrescentar um novo estado inicial?

Considere-se o seguinte AFD com transições- $\epsilon$  que reconhece a linguagem da expressão regular  $a + b^+ a$ .

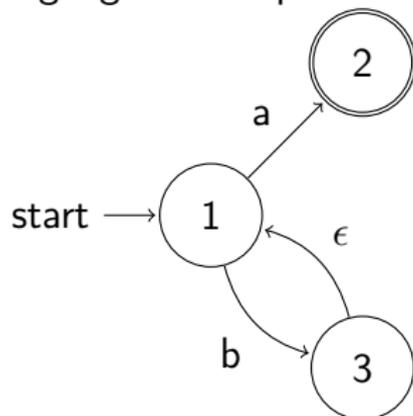


Para obter um AFD que reconheça  $(a + b^+ a)^*$  não basta ligarmos o antigo final ao inicial por  $\epsilon$  e tornar o inicial em final?

Não! Passaria a aceitar  $b^*$ .

# É mesmo necessário acrescentar um novo estado inicial?

Considere-se o seguinte AFD com transições- $\epsilon$  que reconhece a linguagem da expressão regular  $a + b^+ a$ .



Para obter um AFD que reconheça  $(a + b^+ a)^*$  não basta ligarmos o antigo final ao inicial por  $\epsilon$  e tornar o inicial em final?  
Não! Passaria a aceitar  $b^*$ .

## Exercício

- ▶ Traduzir  $(a + b)(ad + ae)$  num AFN
- ▶ Definir directamente um AFN que aceita  $(a + b)(ad + ae)$

## Exercício

- ▶ Traduzir  $(a + b)(ad + ae)$  num AFN
- ▶ Definir directamente um AFN que aceita  $(a + b)(ad + ae)$