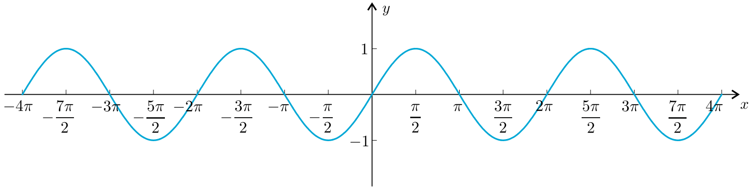
Funções Trigonométricas e Trigonométricas Inversas

Seno

$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{sen}(x) \end{array}$$

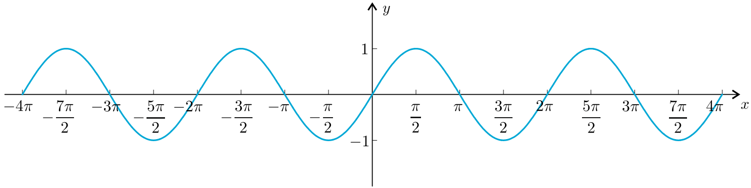


- $D_f = \mathbb{R}$, $CD_f = [-1,1]$.
- **É ímpar** porque $\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen}(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$.
- **É crescente** nos intervalos $\left]-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right[$, $k \in \mathbb{Z}$.

Funções Trigonométricas e Trigonométricas Inversas

Seno

$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{sen}(x) \end{array}$$

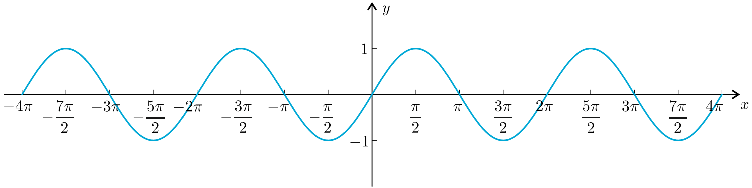


- $D_f = \mathbb{R}$, $CD_f = [-1,1]$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen}(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$.
- É **crescente** nos intervalos $\left]-\frac{\pi}{2}+2k\pi, \frac{\pi}{2}+2k\pi\right[$, $k \in \mathbb{Z}$.

Funções Trigonométricas e Trigonométricas Inversas

Seno

$$\begin{aligned} f:\mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\to \operatorname{sen}(x) \end{aligned}$$

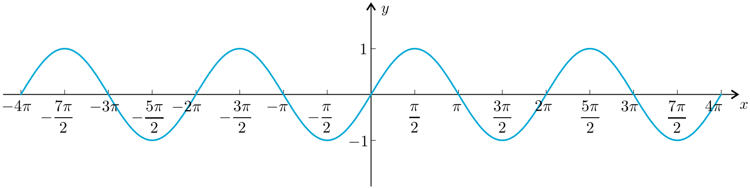


- $D_f = \mathbb{R}$, $CD_f = [-1, 1]$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen}(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$.
- É **crescente** nos intervalos $\left]-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right[$, $k \in \mathbb{Z}$.

Funções Trigonométricas e Trigonométricas Inversas

Seno

$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{sen}(x) \end{array}$$

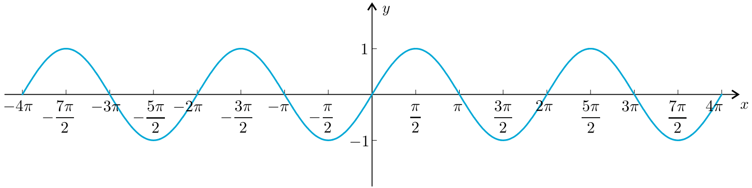


- $D_f = \mathbb{R}$, $CD_f = [-1,1]$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen}(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$.
- É **crescente** nos intervalos $\left]-\frac{\pi}{2}+2k\pi, \frac{\pi}{2}+2k\pi\right[$, $k \in \mathbb{Z}$.

Funções Trigonométricas e Trigonométricas Inversas

Seno

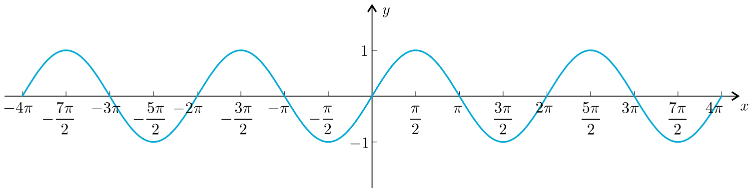
$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{sen}(x) \end{array}$$



- $D_f=\mathbb{R}$, $CD_f=[-1,1]$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{sen}(-x)=-\operatorname{sen}(x),\quad \forall x\in\mathbb{R}$.
- É **crescente** nos intervalos $\left]-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right[,\ k\in\mathbb{Z}$.

Seno

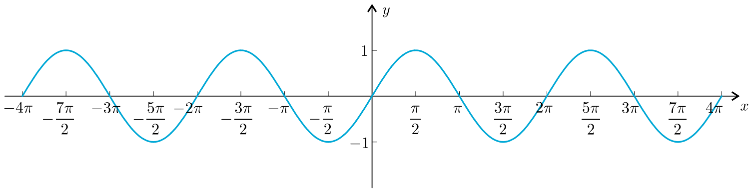
$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{sen}(x) \end{array}$$



- É **decrescente** nos intervalos $\left]\frac{\pi}{2}+2k\pi, \frac{3\pi}{2}+2k\pi\right[$, $k\in\mathbb{Z}$.
- Tem **máximo** (=1) em $x=\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo** (=-1) em $x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.
- Tem **zeros** em $x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período 2π porque $\operatorname{sen}(x+2\pi)=\operatorname{sen}(x),\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Seno

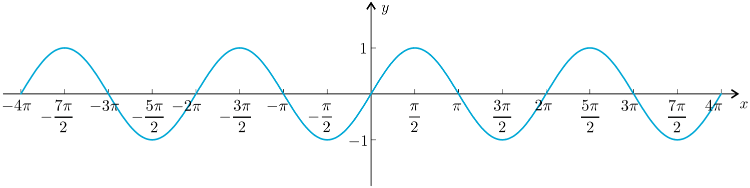
$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow \operatorname{sen}(x) \end{aligned}$$



- É **decrescente** nos intervalos $\left]\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right[$, $k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **máximo** (=1) em $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo** (=-1) em $x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **zeros** em $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período 2π porque $\operatorname{sen}(x + 2\pi) = \operatorname{sen}(x),\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Seno

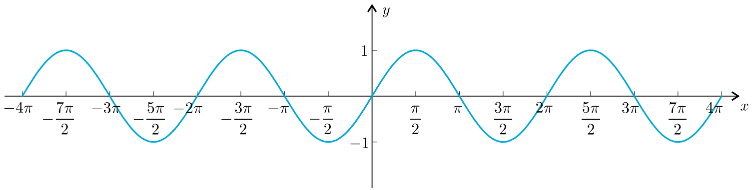
$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\to \operatorname{sen}(x) \end{aligned}$$



- É **decrescente** nos intervalos $\left]\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right[$, $k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **máximo** (=1) em $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo** (=-1) em $x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **zeros** em $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período 2π porque $\operatorname{sen}(x + 2\pi) = \operatorname{sen}(x),\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Seno

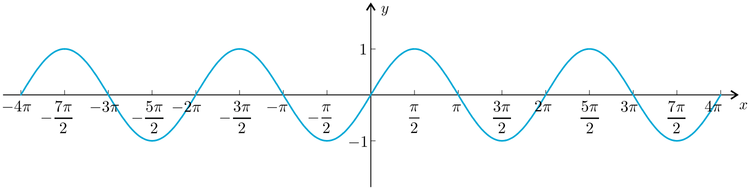
$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{sen}(x) \end{array}$$



- É **decrescente** nos intervalos $\left]\frac{\pi}{2}+2k\pi, \frac{3\pi}{2}+2k\pi\right[$, $k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **máximo** (=1) em $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \;\; k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo** (=-1) em $x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \;\; k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **zeros** em $x = k\pi, \;\; k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período 2π porque $\operatorname{sen}(x+2\pi) = \operatorname{sen}(x), \;\; \forall x \in \mathbb{R}$.

Seno

$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{sen}(x) \end{array}$$



- É **decrescente** nos intervalos $\left]\frac{\pi}{2}+2k\pi, \frac{3\pi}{2}+2k\pi\right[$, $k\in\mathbb{Z}$.
- Tem **máximo** (=1) em $x=\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo** (=-1) em $x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.
- Tem **zeros** em $x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período 2π porque $\operatorname{sen}(x+2\pi)=\operatorname{sen}(x),\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right], \left[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right], \ldots, \left[-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right], \; k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-seno. A **restrição principal do seno** é a restrição ao intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

$$\begin{aligned} g : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] &\to [-1, 1] \\ x &\to \operatorname{sen}(x) \end{aligned}$$

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right], \left[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right], \ldots, \left[-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right], \ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-seno. A **restrição principal do seno** é a restrição ao intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

$$\begin{array}{rcl} g : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] & \to & [-1, 1] \\ x & \to & \operatorname{sen}(x) \end{array}$$

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right],\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right],\left[\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{2}\right],\ldots,\left[-\frac{\pi}{2}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi\right],\ k\in\mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-seno. A **restrição principal do seno** é a restrição ao intervalo $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$.

$$\begin{array}{rcl} g:\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right] & \to & [-1,1] \\ x & \to & \operatorname{sen}(x) \end{array}$$

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

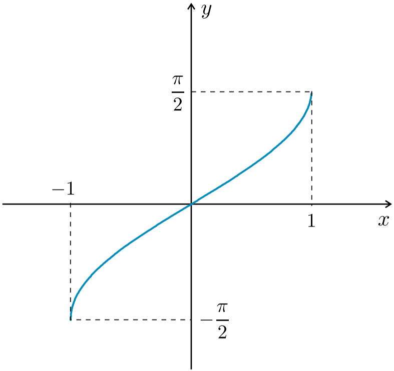
$$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right], \left[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right], \ldots, \left[-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right], \ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-seno. A **restrição principal do seno** é a restrição ao intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

$$\begin{aligned} g : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] &\to [-1, 1] \\ x &\to \operatorname{sen}(x) \end{aligned}$$

Arco-seno

$$\begin{array}{rcl} g^{-1}:[-1,1] & \to & \left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right] \\ x & \to & \operatorname{arcsen}(x) \end{array}$$



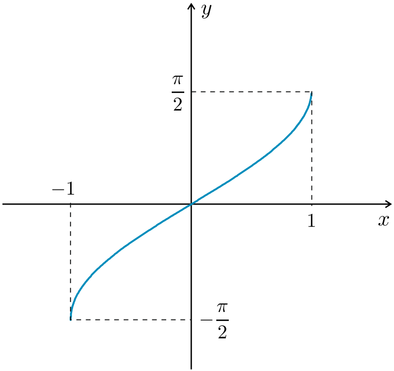
Para quaisquer $y \in \left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

e $x \in [-1,1]$ temos

$$x = \operatorname{sen}(y) \Leftrightarrow y = \operatorname{arcsen}(x).$$

Arco-seno

$$\begin{array}{rcl} g^{-1} : [-1,1] & \to & \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\ x & \to & \operatorname{arcsen}(x) \end{array}$$

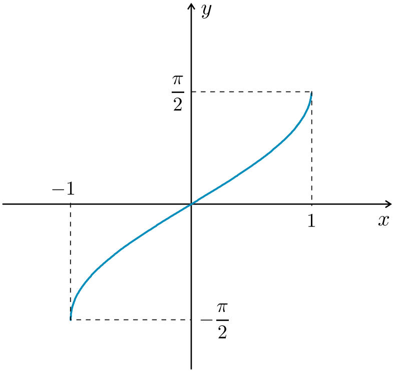


Para quaisquer $y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ e $x \in [-1,1]$ temos

$$x = \operatorname{sen}(y) \Leftrightarrow y = \operatorname{arcsen}(x).$$

Arco-seno

$$\begin{aligned} g^{-1} : [-1,1] &\to \left[-\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{\pi}{2}\right] \\ x &\to \operatorname{arcsen}(x) \end{aligned}$$



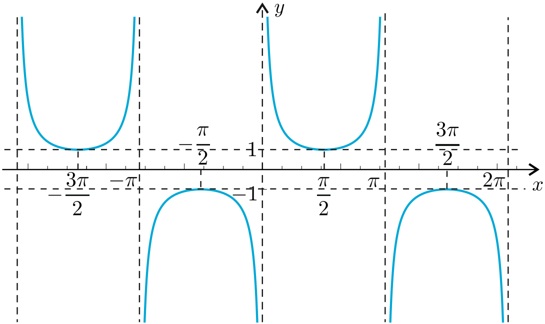
Para quaisquer $y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

e $x \in [-1,1]$ temos

$$x = \operatorname{sen}(y) \Leftrightarrow y = \operatorname{arcsen}(x).$$

Co-secante

$$\begin{array}{rcl} h:\mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \rightarrow & \operatorname{cosec}(x) = \dfrac{1}{\operatorname{sen}(x)} \end{array}$$



- $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \operatorname{sen}(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.
- $CD_h =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
- É **periódica** de período 2π porque $\operatorname{cosec}(x + 2\pi) = \operatorname{cosec}(x), \forall x \in D_h$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{cosec}(-x) = -\operatorname{cosec}(x), \quad \forall x \in D_h$.
- Tem **máximo relativo** (=-1) em $x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo relativo** (=1) em $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem zeros.

- $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \operatorname{sen}(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.
- $CD_h =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
- É **periódica** de período 2π porque $\operatorname{cosec}(x + 2\pi) = \operatorname{cosec}(x), \forall x \in D_h$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{cosec}(-x) = -\operatorname{cosec}(x), \quad \forall x \in D_h$.
- Tem **máximo relativo** (=-1) em $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo relativo** (=1) em $x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem zeros.

- $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \operatorname{sen}(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.
- $CD_h =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
- É **periódica** de período 2π porque $\operatorname{cosec}(x + 2\pi) = \operatorname{cosec}(x), \forall x \in D_h$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{cosec}(-x) = -\operatorname{cosec}(x), \quad \forall x \in D_h$.
- Tem **máximo relativo** (=-1) em $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo relativo** (=1) em $x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem zeros.

- $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \operatorname{sen}(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.
- $CD_h =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
- É **periódica** de período 2π porque $\operatorname{cosec}(x + 2\pi) = \operatorname{cosec}(x), \forall x \in D_h$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{cosec}(-x) = -\operatorname{cosec}(x), \quad \forall x \in D_h$.
- Tem **máximo relativo** (=-1) em $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo relativo** (=1) em $x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem zeros.

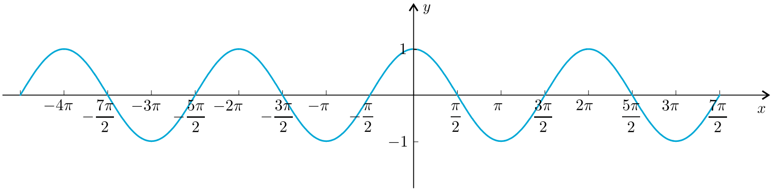
- $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \operatorname{sen}(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.
- $CD_h = \,]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
- É **periódica** de período 2π porque $\operatorname{cosec}(x + 2\pi) = \operatorname{cosec}(x), \forall x \in D_h$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{cosec}(-x) = -\operatorname{cosec}(x), \quad \forall x \in D_h$.
- Tem **máximo relativo** (=-1) em $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo relativo** (=1) em $x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem zeros.

- $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \operatorname{sen}(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.
- $CD_h = \,]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
- É **periódica** de período 2π porque $\operatorname{cosec}(x + 2\pi) = \operatorname{cosec}(x), \forall x \in D_h$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{cosec}(-x) = -\operatorname{cosec}(x), \quad \forall x \in D_h$.
- Tem **máximo relativo** (=-1) em $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo relativo** (=1) em $x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem zeros.

- $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \text{sen}(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.
- $CD_h = \,]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
- É **periódica** de período 2π porque $\text{cosec}(x+2\pi) = \text{cosec}(x), \forall x \in D_h$.
- É **ímpar** porque $\text{cosec}(-x) = -\text{cosec}(x), \quad \forall x \in D_h$.
- Tem **máximo relativo** (=-1) em $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo relativo** (=1) em $x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem zeros.

Coseno

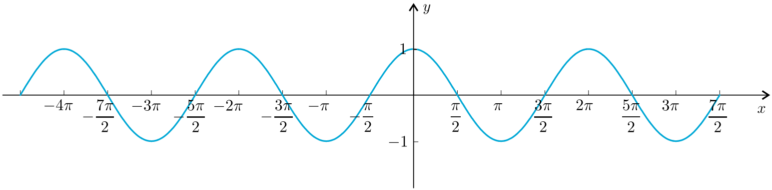
$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \cos(x) \end{array}$$



- $D_f=\mathbb{R}$, $CD_f=[-1,1]$.
- É **par** porque $\cos(-x)=\cos(x), \quad \forall x\in\mathbb{R}$.
- É **crescente** nos intervalos $]\pi+2k\pi, 2\pi+2k\pi[, k\in\mathbb{Z}$.

Coseno

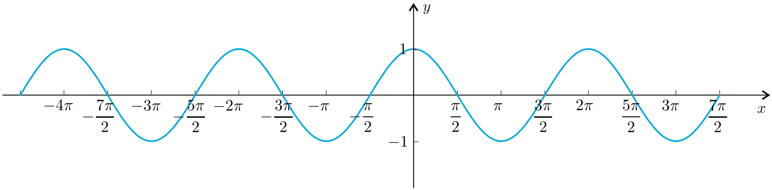
$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \cos(x) \end{array}$$



- $D_f = \mathbb{R}$, $CD_f = [-1, 1]$.
- É **par** porque $\cos(-x) = \cos(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$.
- É **crescente** nos intervalos $]\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi[\,, k \in \mathbb{Z}$.

Coseno

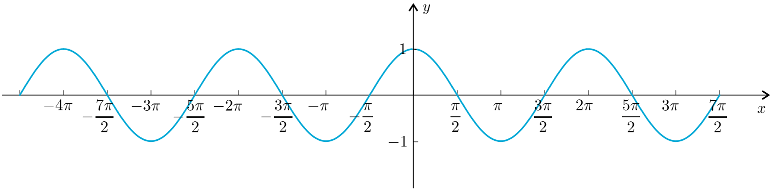
$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \rightarrow & \cos(x) \end{array}$$



- $D_f = \mathbb{R}$, $CD_f = [-1,1]$.
- É **par** porque $\cos(-x) = \cos(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$.
- É **crescente** nos intervalos $]\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi[\,, k \in \mathbb{Z}$.

Coseno

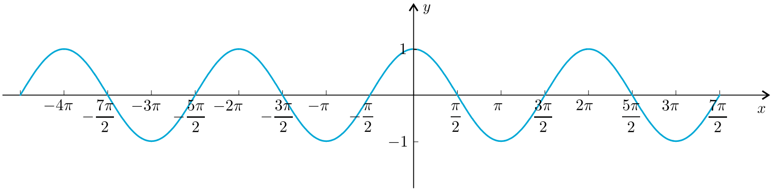
$$\begin{aligned} f:\mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\to \cos(x) \end{aligned}$$



- $D_f = \mathbb{R}$, $CD_f = [-1,1]$.
- É **par** porque $\cos(-x) = \cos(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$.
- É **crescente** nos intervalos $]\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi[\, , k \in \mathbb{Z}$.

Coseno

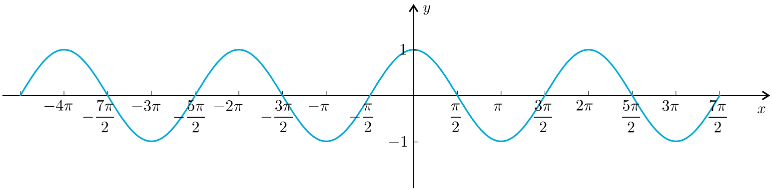
$$\begin{aligned} f:\mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\to \cos(x) \end{aligned}$$



- $D_f = \mathbb{R}$, $CD_f = [-1,1]$.
- É **par** porque $\cos(-x) = \cos(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$.
- É **crescente** nos intervalos $]\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi[\,, k \in \mathbb{Z}$.

Coseno

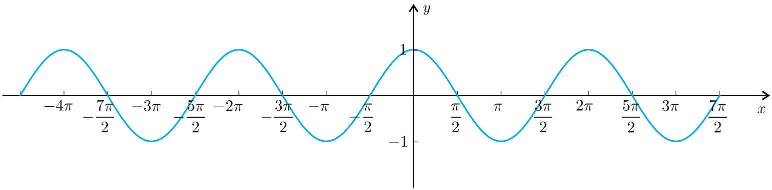
$$\begin{array}{rcl} f : \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \cos(x) \end{array}$$



- É **decrescente** nos intervalos $]2k\pi, \pi + 2k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **máximo** (=1) em $x = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo** (=-1) em $x = \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **zeros** em $x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período 2π porque $\cos(x + 2\pi) = \cos(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

Coseno

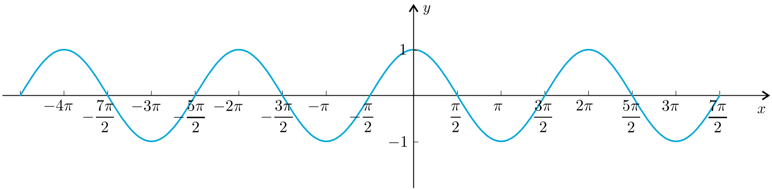
$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \cos(x) \end{array}$$



- É **decrescente** nos intervalos $]2k\pi, \pi + 2k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **máximo** (=1) em $x = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo** (=-1) em $x = \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **zeros** em $x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período 2π porque $\cos(x + 2\pi) = \cos(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

Coseno

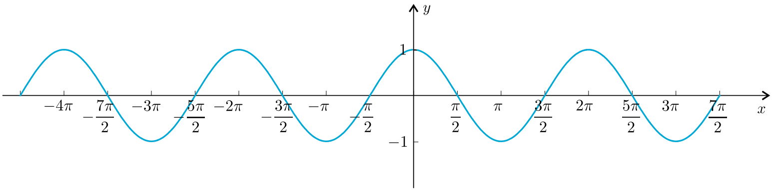
$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \cos(x) \end{array}$$



- É **decrescente** nos intervalos $]2k\pi, \pi + 2k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **máximo** (=1) em $x = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo** (=-1) em $x = \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **zeros** em $x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período 2π porque $\cos(x + 2\pi) = \cos(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

Coseno

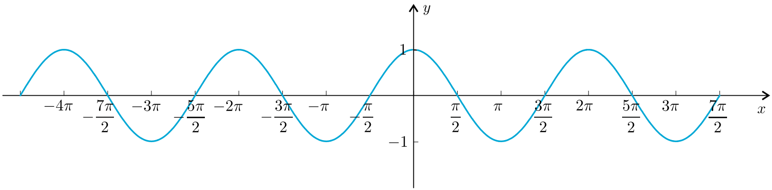
$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \cos(x) \end{array}$$



- É **decrescente** nos intervalos $]2k\pi, \pi + 2k\pi[$, $k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **máximo** (=1) em $x = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo** (=-1) em $x = \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **zeros** em $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período 2π porque $\cos(x + 2\pi) = \cos(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

Coseno

$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \cos(x) \end{array}$$



- É **decrescente** nos intervalos $]2k\pi, \pi + 2k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **máximo** (=1) em $x = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo** (=-1) em $x = \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **zeros** em $x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período 2π porque $\cos(x + 2\pi) = \cos(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$[-\pi, 0], [0, \pi], \ldots, [0 + k\pi, \pi + k\pi],\ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-coseno. A **restrição principal do coseno** é a restrição ao intervalo $[0, \pi]$.

$$\begin{array}{rcl} g : [0, \pi] & \to & [-1, 1] \\ x & \to & \cos(x) \end{array}$$

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$[-\pi, 0], [0, \pi], \ldots, [0 + k\pi, \pi + k\pi], \; k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-coseno. A **restrição principal do coseno** é a restrição ao intervalo $[0, \pi]$.

$$\begin{aligned} g : [0, \pi] &\to [-1, 1] \\ x &\to \cos(x) \end{aligned}$$

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$[-\pi, 0], [0, \pi], \ldots, [0 + k\pi, \pi + k\pi], \ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-coseno. A **restrição principal do coseno** é a restrição ao intervalo $[0, \pi]$.

$$\begin{aligned} g : [0, \pi] &\rightarrow [-1, 1] \\ x &\rightarrow \cos(x) \end{aligned}$$

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

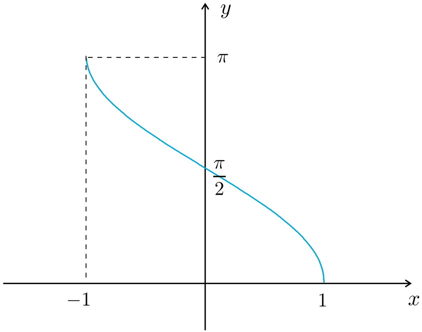
$$[-\pi, 0], [0, \pi], \ldots, [0 + k\pi, \pi + k\pi], \; k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-coseno. A **restrição principal do coseno** é a restrição ao intervalo $[0, \pi]$.

$$\begin{aligned} g : [0, \pi] \quad &\rightarrow \quad [-1, 1] \\ x \quad &\rightarrow \quad \cos(x) \end{aligned}$$

Arco-coseno

$$\begin{aligned} g^{-1} : [-1,1] &\to [0,\pi] \\ x &\to \arccos(x) \end{aligned}$$



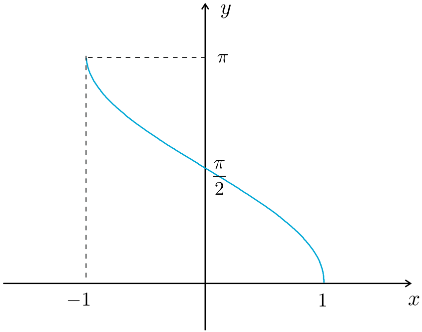
Para quaisquer $y \in [0,\pi]$

e $x \in [-1,1]$ temos

$$x = \cos(y) \Leftrightarrow y = \arccos(x).$$

Arco-coseno

$$\begin{array}{rcl} g^{-1} : [-1,1] & \to & [0,\pi] \\ x & \to & \arccos(x) \end{array}$$



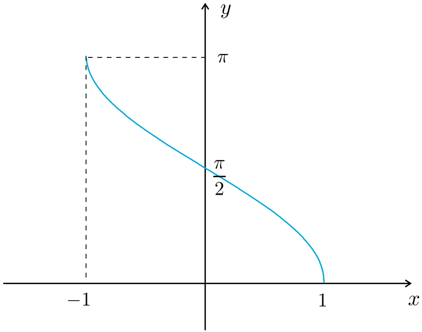
Para quaisquer $y \in [0,\pi]$

e $x \in [-1,1]$ temos

$x = \cos(y) \Leftrightarrow y = \arccos(x).$

Arco-coseno

$$\begin{array}{rcl} g^{-1} : [-1,1] & \rightarrow & [0,\pi] \\ x & \rightarrow & \arccos(x) \end{array}$$



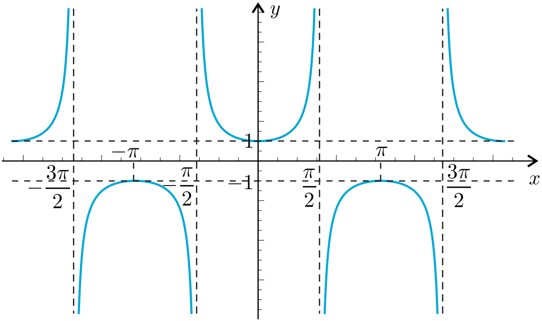
Para quaisquer $y \in [0,\pi]$

e $x \in [-1,1]$ temos

$$x = \cos(y) \Leftrightarrow y = \arccos(x).$$

Secante

$$\begin{array}{rcl} h:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \sec(x) = \dfrac{1}{\cos(x)} \end{array}$$



- $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \cos(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- $CD_h = \,]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
- É **periódica** de período 2π porque $\sec(x + 2\pi) = \sec(x), \forall x \in D_h$.
- É **par** porque $\sec(-x) = \sec(x), \quad \forall x \in D_h$.
- Tem **máximo relativo** (=-1) em $x = \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo relativo** (=1) em $x = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem zeros.

- $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \cos(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- $CD_h = \,]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
- É **periódica** de período 2π porque $\sec(x + 2\pi) = \sec(x), \forall x \in D_h$.
- É **par** porque $\sec(-x) = \sec(x), \quad \forall x \in D_h$.
- Tem **máximo relativo** (=-1) em $x = \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo relativo** (=1) em $x = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem zeros.

- $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \cos(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- $CD_h = \,]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
- É **periódica** de período 2π porque $\sec(x + 2\pi) = \sec(x), \forall x \in D_h$.
- É **par** porque $\sec(-x) = \sec(x),\ \ \forall x \in D_h$.
- Tem **máximo relativo** (=-1) em $x = \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo relativo** (=1) em $x = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem zeros.

- $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \cos(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- $CD_h =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
- É **periódica** de período 2π porque $\sec(x + 2\pi) = \sec(x), \forall x \in D_h$.
- É **par** porque $\sec(-x) = \sec(x),\ \ \forall x \in D_h$.
- Tem **máximo relativo** (=-1) em $x = \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo relativo** (=1) em $x = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem zeros.

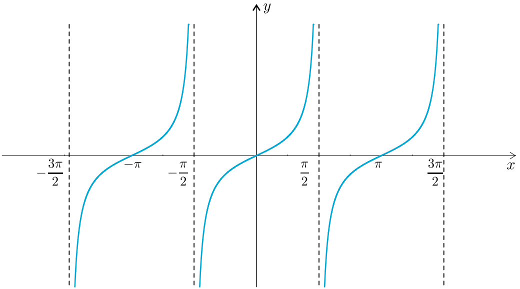
- $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \cos(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- $CD_h =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
- É **periódica** de período 2π porque $\sec(x + 2\pi) = \sec(x), \forall x \in D_h$.
- É **par** porque $\sec(-x) = \sec(x), \quad \forall x \in D_h$.
- Tem **máximo relativo** (=-1) em $x = \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo relativo** (=1) em $x = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem zeros.

- $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \cos(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- $CD_h = \,]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
- É **periódica** de período 2π porque $\sec(x + 2\pi) = \sec(x), \forall x \in D_h$.
- É **par** porque $\sec(-x) = \sec(x), \quad \forall x \in D_h$.
- Tem **máximo relativo** (=-1) em $x = \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo relativo** (=1) em $x = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem zeros.

- $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \cos(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- $CD_h = \,]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
- É **periódica** de período 2π porque $\sec(x + 2\pi) = \sec(x), \forall x \in D_h$.
- É **par** porque $\sec(-x) = \sec(x), \quad \forall x \in D_h$.
- Tem **máximo relativo** (=-1) em $x = \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Tem **mínimo relativo** (=1) em $x = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem zeros.

Tangente

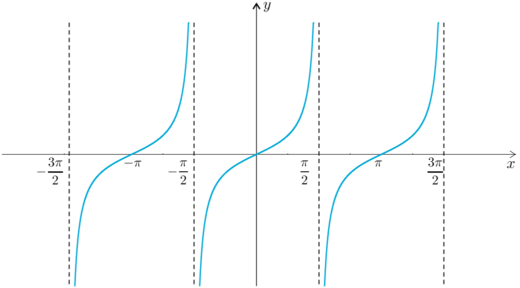
$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{tg}(x) \end{array}$$



- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$, $CD_f = \mathbb{R}$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg}(x),\ \forall x \in D_f$.

Tangente

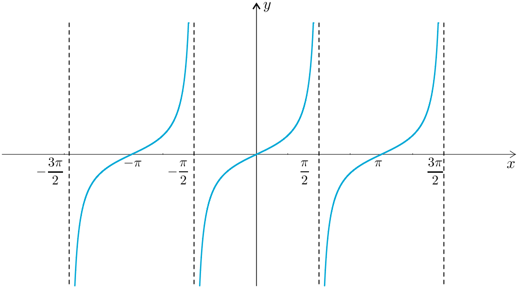
$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{tg}(x) \end{array}$$



- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$, $CD_f = \mathbb{R}$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg}(x),\ \forall x \in D_f$.

Tangente

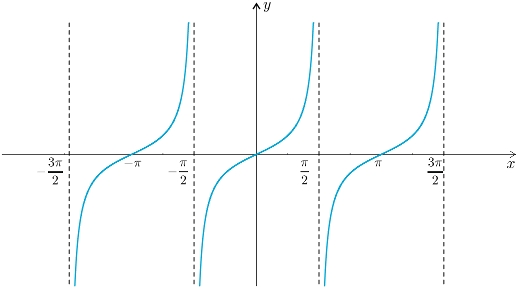
$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \rightarrow & \operatorname{tg}(x) \end{array}$$



- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$, $CD_f = \mathbb{R}$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg}(x),\ \forall x \in D_f$.

Tangente

$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \mathrm{tg}(x) \end{array}$$



- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$, $CD_f = \mathbb{R}$.
- É **ímpar** porque $\mathrm{tg}(-x) = -\mathrm{tg}(x),\ \forall x \in D_f$.

- É **crescente** nos intervalos $\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = k\pi, \ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{tg}(x+\pi) = \operatorname{tg}(x), \ \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[, \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[, \ldots, \left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-tangente. A **restrição principal da tangente** é a restrição ao intervalo $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

$$\begin{array}{rcl} g: \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[& \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{tg}(x) \end{array}$$

- É **crescente** nos intervalos $\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = k\pi, \ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{tg}(x+\pi) = \operatorname{tg}(x), \ \ \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[, \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[, \ldots, \left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-tangente. A **restrição principal da tangente** é a restrição ao intervalo $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

$$\begin{array}{rcl} g: \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[& \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{tg}(x) \end{array}$$

- É **crescente** nos intervalos $\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = k\pi, \ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{tg}(x+\pi) = \operatorname{tg}(x), \ \ \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[, \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[, \ldots, \left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-tangente. A **restrição principal da tangente** é a restrição ao intervalo $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

$$\begin{aligned} g: \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[&\to \mathbb{R} \\ x &\to \operatorname{tg}(x) \end{aligned}$$

- É **crescente** nos intervalos $\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = k\pi, \ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{tg}(x+\pi) = \operatorname{tg}(x), \ \ \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[, \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[, \ldots, \left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-tangente. A **restrição principal da tangente** é a restrição ao intervalo $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

$$\begin{array}{rcl} g : \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[& \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{tg}(x) \end{array}$$

- É **crescente** nos intervalos $\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = k\pi, \ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{tg}(x+\pi) = \operatorname{tg}(x), \ \ \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[, \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[, \dots, \left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-tangente. A **restrição principal da tangente** é a restrição ao intervalo $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

$$\begin{array}{rcl} g: \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[& \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{tg}(x) \end{array}$$

- É **crescente** nos intervalos $\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = k\pi, \ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{tg}(x+\pi) = \operatorname{tg}(x), \ \ \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[, \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[, \ldots, \left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-tangente. A **restrição principal da tangente** é a restrição ao intervalo $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

$$\begin{array}{rcl} g: \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[& \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{tg}(x) \end{array}$$

- É **crescente** nos intervalos $\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{tg}(x+\pi) = \operatorname{tg}(x),\ \ \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[, \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[, \ldots, \left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-tangente. A **restrição principal da tangente** é a restrição ao intervalo $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

$$\begin{array}{rcl} g : \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[& \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{tg}(x) \end{array}$$

- É **crescente** nos intervalos $\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = k\pi, \ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{tg}(x+\pi) = \operatorname{tg}(x), \quad \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[, \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[, \ldots, \left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \ k \in \mathbb{Z}.$$

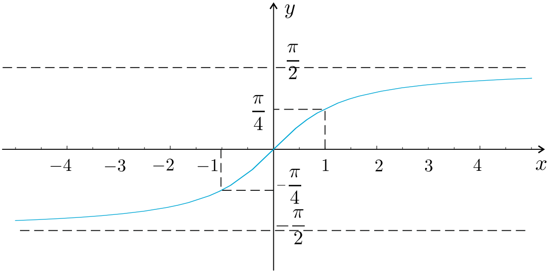
Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-tangente. A **restrição principal da tangente** é a restrição ao intervalo $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

$$\begin{array}{rcl} g : \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[& \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{tg}(x) \end{array}$$

Arco-tangente

$$\begin{array}{rcl} g^{-1}:\mathbb{R} & \to & \left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[\\ x & \to & \operatorname{arctg}(x) \end{array}$$

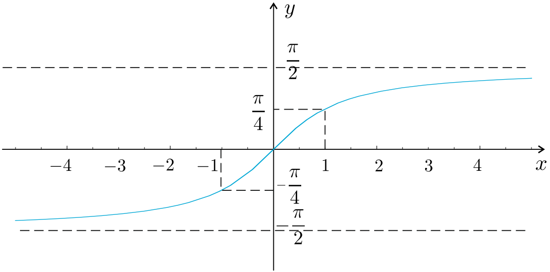
Quaisquer que sejam $y \in \left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ e $x \in \mathbb{R}, x = \operatorname{tg}(y) \Leftrightarrow y = \operatorname{arctg}(x)$.



Arco-tangente

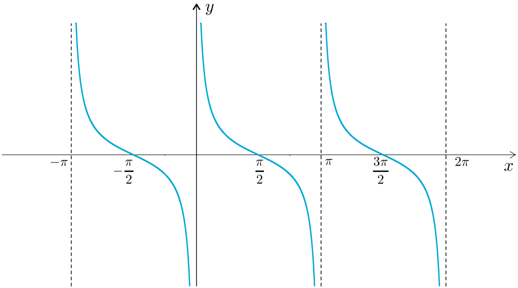
$$\begin{aligned} g^{-1} : \mathbb{R} &\to \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[\\ x &\to \operatorname{arctg}(x) \end{aligned}$$

Quaisquer que sejam $y \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ e $x \in \mathbb{R}, x = \operatorname{tg}(y) \Leftrightarrow y = \operatorname{arctg}(x)$.



Co-tangente

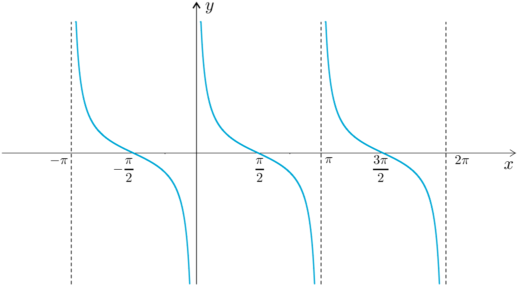
$$\begin{aligned} h : \mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\to \operatorname{cotg}(x) = \frac{1}{\operatorname{tg}(x)} \end{aligned}$$



- $D_h = \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\, k \in \mathbb{Z}\}$, $CD_h = \mathbb{R}$.
- **É ímpar** porque $\operatorname{cotg}(-x) = -\operatorname{cotg}(x), \quad \forall x \in D_h$.

Co-tangente

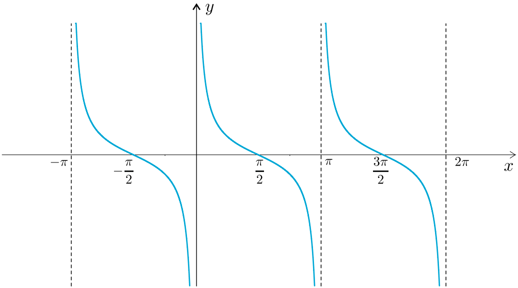
$$\begin{array}{rcl} h:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{cotg}(x) = \dfrac{1}{\operatorname{tg}(x)} \end{array}$$



- $D_h = \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\, k \in \mathbb{Z}\}$, $CD_h = \mathbb{R}$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{cotg}(-x) = -\operatorname{cotg}(x)$, $\forall x \in D_h$.

Co-tangente

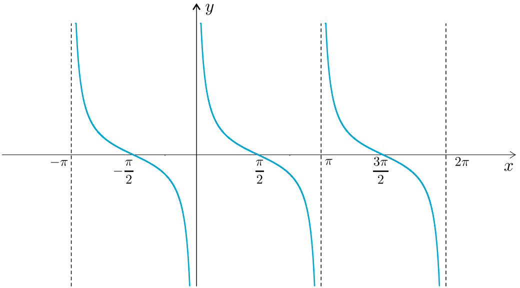
$$\begin{array}{rcl} h:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{cotg}(x) = \dfrac{1}{\operatorname{tg}(x)} \end{array}$$



- $D_h = \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$, $CD_h = \mathbb{R}$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{cotg}(-x) = -\operatorname{cotg}(x), \quad \forall x \in D_h$.

Co-tangente

$$\begin{array}{rcl} h:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{cotg}(x) = \dfrac{1}{\operatorname{tg}(x)} \end{array}$$



- $D_h = \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\, k \in \mathbb{Z}\}$, $CD_h = \mathbb{R}$.
- É **ímpar** porque $\operatorname{cotg}(-x) = -\operatorname{cotg}(x), \quad \forall x \in D_h$.

- É **decrescente** nos intervalos $]k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{cotg}(x+\pi) = \operatorname{cotg}(x),\ \ \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$]-\pi, 0[\,,]0, \pi[\,, \ldots,]0 + k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-cotangente. A **restrição principal da cotangente** é a restrição ao intervalo $]0, \pi[$.

$$\begin{aligned} g :]0, \pi[\ &\to \ \mathbb{R} \\ x \ &\to \ \operatorname{cotg}(x) \end{aligned}$$

- É **decrescente** nos intervalos $]k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{cotg}(x+\pi) = \operatorname{cotg}(x), \ \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$]-\pi, 0[\,,]0, \pi[\,, \ldots,]0 + k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-cotangente. A **restrição principal da cotangente** é a restrição ao intervalo $]0, \pi[$.

$$\begin{array}{rcl} g :]0, \pi[& \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{cotg}(x) \end{array}$$

- É **decrescente** nos intervalos $]k\pi, \pi + k\pi[\,,\ \ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ \ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{cotg}(x+\pi) = \operatorname{cotg}(x), \quad \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$]-\pi, 0[\,,]0, \pi[\,, \ldots,]0 + k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-cotangente. A **restrição principal da cotangente** é a restrição ao intervalo $]0, \pi[$.

$$\begin{aligned} g :]0, \pi[\quad &\rightarrow \quad \mathbb{R} \\ x \quad &\rightarrow \quad \operatorname{cotg}(x) \end{aligned}$$

- É **decrescente** nos intervalos $]k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{cotg}(x+\pi) = \operatorname{cotg}(x), \quad \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$]-\pi, 0[\,,]0, \pi[\,, \ldots,]0 + k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-cotangente. A **restrição principal da cotangente** é a restrição ao intervalo $]0, \pi[$.

$$\begin{aligned} g :]0, \pi[\quad &\to \quad \mathbb{R} \\ x \quad &\to \quad \operatorname{cotg}(x) \end{aligned}$$

- É **decrescente** nos intervalos $]k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{cotg}(x+\pi) = \operatorname{cotg}(x), \quad \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$]-\pi, 0[\,,]0, \pi[\,, \ldots,]0 + k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-cotangente. A **restrição principal da cotangente** é a restrição ao intervalo $]0, \pi[$.

$$\begin{array}{rcl} g :]0, \pi[& \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{cotg}(x) \end{array}$$

- É **decrescente** nos intervalos $]k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{cotg}(x+\pi) = \operatorname{cotg}(x), \quad \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$]-\pi, 0[\,,]0, \pi[\,, \ldots,]0 + k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-cotangente. A **restrição principal da cotangente** é a restrição ao intervalo $]0, \pi[$.

$$\begin{array}{rcl} g :]0, \pi[& \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \operatorname{cotg}(x) \end{array}$$

- É **decrescente** nos intervalos $]k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{cotg}(x+\pi) = \operatorname{cotg}(x), \quad \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$]-\pi, 0[\,,]0, \pi[\,, \ldots,]0 + k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-cotangente. A **restrição principal da cotangente** é a restrição ao intervalo $]0, \pi[$.

$$\begin{aligned} g :]0, \pi[&\to \mathbb{R} \\ x &\to \operatorname{cotg}(x) \end{aligned}$$

- É **decrescente** nos intervalos $]k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Não tem máximos nem mínimos.
- Tem **zeros** em $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- É **periódica** de período π porque $\operatorname{cotg}(x+\pi) = \operatorname{cotg}(x), \quad \forall x \in D_h$.

Como é periódica não é injectiva em $\mathbb{R}$. Mas é injectiva nos intervalos

$$]-\pi, 0[\,,]0, \pi[\,, \ldots,]0 + k\pi, \pi + k\pi[\,,\ k \in \mathbb{Z}.$$

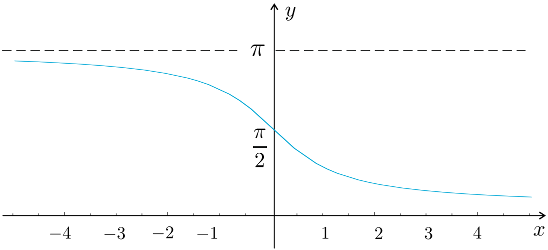
Se restringirmos a função a um destes intervalos podemos invertê-la. À inversa chamamos arco-cotangente. A **restrição principal da cotangente** é a restrição ao intervalo $]0, \pi[$.

$$\begin{aligned} g :]0, \pi[\quad &\to \quad \mathbb{R} \\ x \quad &\to \quad \operatorname{cotg}(x) \end{aligned}$$

Arco-Cotangente

$$\begin{aligned} g^{-1} : \mathbb{R} &\rightarrow \ ]0, \pi[\\ x &\rightarrow \operatorname{arccotg}(x) \end{aligned}$$

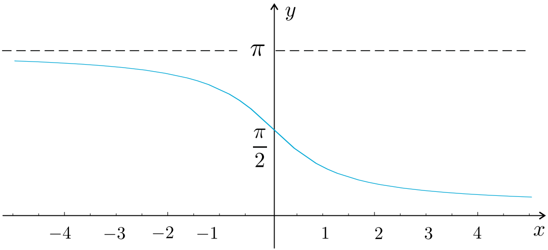
Quaisquer que sejam $y \in\ ]0, \pi[$ e $x \in \mathbb{R}$, $x = \operatorname{cotg}(y) \Leftrightarrow y = \operatorname{arccotg}(x)$.



Arco-Cotangente

$$\begin{aligned} g^{-1}:\mathbb{R} &\to\ ]0,\pi[\\ x &\to \operatorname{arccotg}(x) \end{aligned}$$

Quaisquer que sejam $y \in\ ]0,\pi[$ e $x \in \mathbb{R}$, $x = \operatorname{cotg}(y) \Leftrightarrow y = \operatorname{arccotg}(x)$.



Funções Exponenciais e Logarítmicas (revisão)

Vamos estudar a **função exponencial** de base a definida por

$$f(x) = a^x, \quad a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$$

(para $a = 1$ obtém-se uma função constante).

Principais propriedades:

- o domínio é $\mathbb{R}$;
- o contradomínio é $\mathbb{R}^+$;
- f é injectiva, i.e., $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$;
- f é contínua e uma sobrejecção de $\mathbb{R}$ sobre $\mathbb{R}^+$;
- f não tem zeros.

Funções Exponenciais e Logarítmicas (revisão)

Vamos estudar a **função exponencial** de base a definida por

$$f(x) = a^x, \quad a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$$

(para $a = 1$ obtém-se uma função constante).

Principais propriedades:

- o domínio é $\mathbb{R}$;
- o contradomínio é $\mathbb{R}^+$;
- f é injectiva, i.e., $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$;
- f é contínua e uma sobrejecção de $\mathbb{R}$ sobre $\mathbb{R}^+$;
- f não tem zeros.

Funções Exponenciais e Logarítmicas (revisão)

Vamos estudar a **função exponencial** de base a definida por

$$f(x) = a^x, \quad a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$$

(para $a = 1$ obtém-se uma função constante).

Principais propriedades:

- o domínio é $\mathbb{R}$;
- o contradomínio é $\mathbb{R}^+$;
- f é injectiva, i.e., $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$;
- f é contínua e uma sobrejecção de $\mathbb{R}$ sobre $\mathbb{R}^+$;
- f não tem zeros.

Funções Exponenciais e Logarítmicas (revisão)

Vamos estudar a **função exponencial** de base a definida por

$$f(x) = a^x, \quad a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$$

(para $a = 1$ obtém-se uma função constante).

Principais propriedades:

- o domínio é $\mathbb{R}$;
- o contradomínio é $\mathbb{R}^+$;
- f é injectiva, i.e., $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$, $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$;
- f é contínua e uma sobrejecção de $\mathbb{R}$ sobre $\mathbb{R}^+$;
- f não tem zeros.

Funções Exponenciais e Logarítmicas (revisão)

Vamos estudar a **função exponencial** de base a definida por

$$f(x) = a^x, \quad a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$$

(para $a = 1$ obtém-se uma função constante).

Principais propriedades:

- o domínio é $\mathbb{R}$;
- o contradomínio é $\mathbb{R}^+$;
- f é injectiva, i.e., $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$;
- f é contínua e uma sobrejecção de $\mathbb{R}$ sobre $\mathbb{R}^+$;
- f não tem zeros.

Funções Exponenciais e Logarítmicas (revisão)

Vamos estudar a **função exponencial** de base a definida por

$$f(x) = a^x, \quad a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$$

(para $a = 1$ obtém-se uma função constante).

Principais propriedades:

- o domínio é $\mathbb{R}$;
- o contradomínio é $\mathbb{R}^+$;
- f é injectiva, i.e., $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$;
- f é contínua e uma sobrejecção de $\mathbb{R}$ sobre $\mathbb{R}^+$;
- f não tem zeros.

Funções Exponenciais e Logarítmicas (revisão)

Vamos estudar a **função exponencial** de base a definida por

$$f(x) = a^x, \quad a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$$

(para $a = 1$ obtém-se uma função constante).

Principais propriedades:

- o domínio é $\mathbb{R}$;
- o contradomínio é $\mathbb{R}^+$;
- f é injectiva, i.e., $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$;
- f é contínua e uma sobrejecção de $\mathbb{R}$ sobre $\mathbb{R}^+$;
- f não tem zeros.

Outras propriedades importantes desta função dependem do valor da base a. Vamos considerar dois casos separadamente:

i) $a > 1$

Propriedades:

- a função é estritamente monótona crescente:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} < a^{x_2}, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}.$$

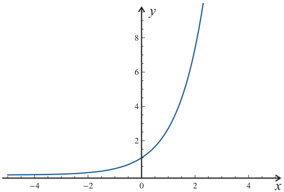
Consequentemente,

$$x > 0 \Rightarrow a^x > 1$$

e

$$x < 0 \Rightarrow a^x < 1;$$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = 0;$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = +\infty;$



Outras propriedades importantes desta função dependem do valor da base a. Vamos considerar dois casos separadamente:

i) $a > 1$

Propriedades:

- a função é estritamente monótona crescente:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} < a^{x_2}, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}.$$

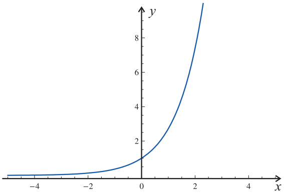
Consequentemente,

$$x > 0 \Rightarrow a^x > 1$$

e

$$x < 0 \Rightarrow a^x < 1;$$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = 0;$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = +\infty;$



Outras propriedades importantes desta função dependem do valor da base a. Vamos considerar dois casos separadamente:

i) $a > 1$

Propriedades:

- a função é estritamente monótona crescente:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} < a^{x_2}, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}.$$

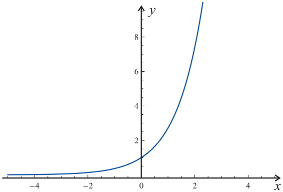
Consequentemente,

$$x > 0 \Rightarrow a^x > 1$$

e

$$x < 0 \Rightarrow a^x < 1;$$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = 0;$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = +\infty;$



Outras propriedades importantes desta função dependem do valor da base a. Vamos considerar dois casos separadamente:

i) $a > 1$

Propriedades:

- a função é estritamente monótona crescente:

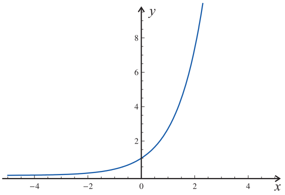
$$x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} < a^{x_2}, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}.$$

Consequentemente,

$$x > 0 \Rightarrow a^x > 1$$

e

$$x < 0 \Rightarrow a^x < 1;$$



- $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = 0;$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = +\infty;$

ii) $0 < a < 1$

Propriedades:

- a função é estritamente monótona decrescente:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} > a^{x_2}, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}.$$

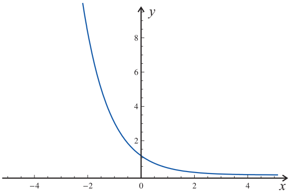
Consequentemente,

$$x > 0 \Rightarrow a^x < 1$$

e

$$x < 0 \Rightarrow a^x > 1;$$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = +\infty;$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = 0.$



ii) $0 < a < 1$

Propriedades:

- a função é estritamente monótona decrescente:

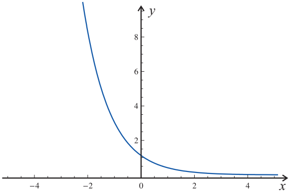
$$x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} > a^{x_2}, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}.$$

Consequentemente,

$$x > 0 \Rightarrow a^x < 1$$

e

$$x < 0 \Rightarrow a^x > 1;$$



- $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = +\infty;$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = 0.$

ii) $0 < a < 1$
Propriedades:

- a função é estritamente monótona decrescente:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} > a^{x_2}, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}.$$

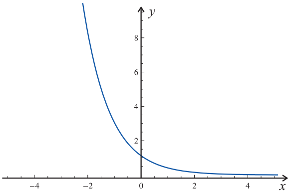
Consequentemente,

$$x > 0 \Rightarrow a^x < 1$$

e

$$x < 0 \Rightarrow a^x > 1;$$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = +\infty;$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = 0.$



ii) $0 < a < 1$

Propriedades:

- a função é estritamente monótona decrescente:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} > a^{x_2}, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}.$$

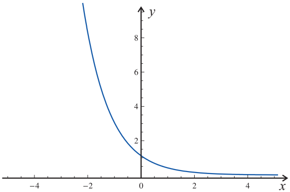
Consequentemente,

$$x > 0 \Rightarrow a^x < 1$$

e

$$x < 0 \Rightarrow a^x > 1;$$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = +\infty;$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = 0.$



Considerando a função bijectiva

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}^+ \\ & x & \to & a^x \end{array}$$

podemos definir a sua função inversa como sendo

$$\begin{array}{rccc} f^{-1}: & \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R} \\ & x & \to & \log_a x \end{array}$$

a que chamamos **função logarítmica** de base a, $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$.

Principais propriedades:

- o domínio é $\mathbb{R}^+$ e o contradomínio é $\mathbb{R}$;
- a função tem um único zero para $x = 1$ porque

$$\log_a x = 0 \Leftrightarrow x = a^0 = 1;$$

- a função é contínua e uma sobrejecção de $\mathbb{R}^+$ sobre $\mathbb{R}$;
- a função é injectiva, isto é,

$$\log_a x_1 = \log_a x_2 \Rightarrow x_1 = x_2, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+.$$

Principais propriedades:

- o domínio é $\mathbb{R}^+$ e o contradomínio é $\mathbb{R}$;
- a função tem um único zero para $x = 1$ porque

$$\log_a x = 0 \Leftrightarrow x = a^0 = 1;$$

- a função é contínua e uma sobrejecção de $\mathbb{R}^+$ sobre $\mathbb{R}$;
- a função é injectiva, isto é,

$$\log_a x_1 = \log_a x_2 \Rightarrow x_1 = x_2, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+.$$

Principais propriedades:

- o domínio é $\mathbb{R}^+$ e o contradomínio é $\mathbb{R}$;
- a função tem um único zero para $x = 1$ porque

$$\log_a x = 0 \Leftrightarrow x = a^0 = 1;$$

- a função é contínua e uma sobrejecção de $\mathbb{R}^+$ sobre $\mathbb{R}$;
- a função é injectiva, isto é,

$$\log_a x_1 = \log_a x_2 \Rightarrow x_1 = x_2, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+.$$

Principais propriedades:

- o domínio é $\mathbb{R}^+$ e o contradomínio é $\mathbb{R}$;
- a função tem um único zero para $x = 1$ porque

$$\log_a x = 0 \Leftrightarrow x = a^0 = 1;$$

- a função é contínua e uma sobrejecção de $\mathbb{R}^+$ sobre $\mathbb{R}$;
- a função é injectiva, isto é,

$$\log_a x_1 = \log_a x_2 \Rightarrow x_1 = x_2, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+.$$

Outras propriedades importantes desta função dependem do valor da base a. Vamos considerar novamente dois casos distintos:

i) $a > 1$

Propriedades:

- a função é estritamente monótona crescente:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+.$$

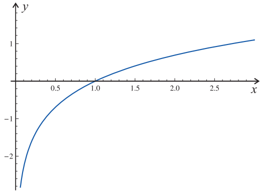
Como consequência

$$x > 1 \Rightarrow \log_a x > 0$$

e

$$x < 1 \Rightarrow \log_a x < 0;$$

- $\lim\limits_{x \to 0^+} \log_a x = -\infty;$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \log_a x = +\infty;$



Outras propriedades importantes desta função dependem do valor da base a. Vamos considerar novamente dois casos distintos:

i) $a > 1$

<u>Propriedades</u>:

- a função é estritamente monótona crescente:

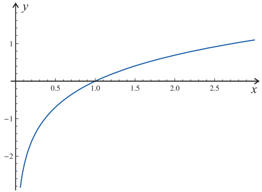
$$x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+.$$

Como consequência

$$x > 1 \Rightarrow \log_a x > 0$$

e

$$x < 1 \Rightarrow \log_a x < 0;$$



- $\lim\limits_{x \to 0^+} \log_a x = -\infty$;
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \log_a x = +\infty$;

Outras propriedades importantes desta função dependem do valor da base a. Vamos considerar novamente dois casos distintos:

i) $a > 1$

Propriedades:

- a função é estritamente monótona crescente:

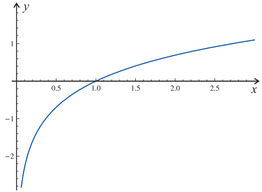
$$x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+.$$

Como consequência

$$x > 1 \Rightarrow \log_a x > 0$$

e

$$x < 1 \Rightarrow \log_a x < 0;$$



- $\lim\limits_{x \to 0^+} \log_a x = -\infty;$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \log_a x = +\infty;$

Outras propriedades importantes desta função dependem do valor da base a. Vamos considerar novamente dois casos distintos:

i) $a > 1$

Propriedades:

- a função é estritamente monótona crescente:

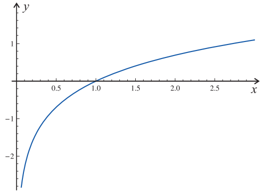
$$x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+.$$

Como consequência

$$x > 1 \Rightarrow \log_a x > 0$$

e

$$x < 1 \Rightarrow \log_a x < 0;$$



- $\lim\limits_{x\to 0^+} \log_a x = -\infty;$
- $\lim\limits_{x\to +\infty} \log_a x = +\infty;$

ii) $0 < a < 1$

Propriedades:

- a função é estritamente monótona decrescente:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+.$$

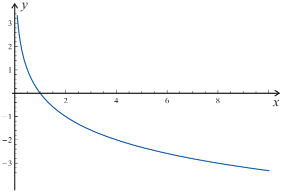
Verifica-se que

$$x > 1 \Rightarrow \log_a x < 0$$

e

$$x < 1 \Rightarrow \log_a x > 0;$$

- $\lim\limits_{x \to 0^+} \log_a x = +\infty;$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \log_a x = -\infty.$



ii) $0 < a < 1$

Propriedades:

- a função é estritamente monótona decrescente:

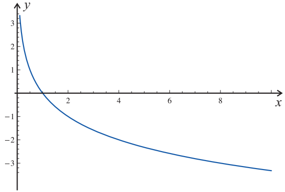
$$x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+.$$

  Verifica-se que

$$x > 1 \Rightarrow \log_a x < 0$$

  e

$$x < 1 \Rightarrow \log_a x > 0;$$



- $\lim\limits_{x \to 0^+} \log_a x = +\infty;$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \log_a x = -\infty.$

ii) $0 < a < 1$

Propriedades:

- a função é estritamente monótona decrescente:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+.$$

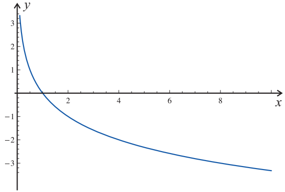
  Verifica-se que

$$x > 1 \Rightarrow \log_a x < 0$$

  e

$$x < 1 \Rightarrow \log_a x > 0;$$

- $\lim\limits_{x \to 0^+} \log_a x = +\infty$;
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \log_a x = -\infty$.



ii) $0 < a < 1$

Propriedades:

- a função é estritamente monótona decrescente:

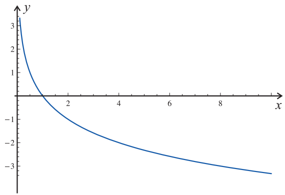
$$x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+.$$

Verifica-se que

$$x > 1 \Rightarrow \log_a x < 0$$

e

$$x < 1 \Rightarrow \log_a x > 0;$$



- $\lim\limits_{x \to 0^+} \log_a x = +\infty;$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \log_a x = -\infty.$

Propriedades operatórias dos logaritmos

Considerando $a, b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$, $x, y \in \mathbb{R}^+$, $z \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$:

- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y.$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y.$
- $\log_a x^z = z \cdot \log_a x.$
- $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x.$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}.$

Observação: No caso particular de $a = e$ (número de Neper) adopta-se a notação $\log_e x = \log x$.