



Análise Matemática I (B, C, D e E)

Repetição do 1º Teste — 20 de Junho de 2011

1. (3 val.) Considere a função $f(x) = x e^{x^2}$. Determine o valor da área compreendida entre o gráfico da função f , o eixo dos xx e as rectas $x = 2$ e $x = -1$.

2. (4 val.) Considere a função real de variável real definida por

$$g(x) = \int_1^{\frac{1}{x-2}} \frac{t+2}{\operatorname{arctg}(t)} dt.$$

- a) Determine o domínio de g .
- b) Verifique se existem pontos em que a recta tangente ao gráfico da função é horizontal.
3. (3 val.) Classifique, quanto à convergência, o integral

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} \log x \, dx.$$

4. (5 val.) Seja (u_n) a sucessão definida pela seguinte expressão de recorrência

$$\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{(u_n-1)^2}{2}, \forall n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

- a) Prove que $u_n \geq 4, \forall n \in \mathbb{N}$.
- b) Mostre que (u_n) não é convergente (Sugestão: Suponha que (u_n) é convergente e calcule o seu limite, utilizando a expressão de recorrência).
- c) Atendendo às alíneas anteriores, pode fazer alguma afirmação relativa à monotonia da sucessão?
5. (5 val.)

a) Calcule $\int_0^1 e^x \cos(3x+2) \, dx$.

- b) Indique a primitiva de $\frac{\sqrt{x+2}}{3\sqrt{x^3+2\sqrt{x}}}$ que toma o valor 3 quando $x = \frac{2}{3}$ (Considere a substituição $\sqrt{x} = t$).