

## Análise Matemática I (B, C, D e E)

3º Teste — 30 de Maio de 2012

1. [4.0 val.] Primitiva a função

$$f(x) = x \arctg(x^2).$$

2. [5.0 val.] Calcule o valor do seguinte integral:

$$\int_0^{\frac{3}{2}} \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx.$$

3. Considere a função real de variável real definida em  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  por:

$$f(x) = \frac{3x^3 + 6x + 3}{x^2(x^2 + 3)}.$$

- a) [4.0 val.] Determine a família de primitivas de  $f$ .

- b) [1.0 val.] Indique uma função  $g$  que satisfaz simultaneamente:

$$g'(x) = f(x) \quad \text{e} \quad g(1) = -1 + \log(2).$$

4. [4.0 val.] Considere as funções reais de variável real definidas por  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x}}$  e  $g(x) = \frac{x+1}{2}$ . Determine a área do domínio plano limitado pelos gráficos das funções  $f$  e  $g$  e pelas rectas  $x = 1$  e  $x = -1$ .

5. [2.0 val.] Calcule o valor do seguinte integral impróprio:

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx.$$

| Expressão                                                            | Substituição                                             |
|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| $f(x) = R(x^{\frac{m}{n}}, x^{\frac{p}{q}}, \dots, x^{\frac{r}{s}})$ | $x = t^\mu, \quad \mu = \text{m.m.c.}\{n, q, \dots, s\}$ |
| $\sqrt{a^2 - x^2}$                                                   | $x = a \sin(t) \text{ ou } x = a \cos(t)$                |
| $\sqrt{x^2 - a^2}$                                                   | $x = a \sec(t) \text{ ou } x = a \csc(t)$                |
| $f(x) = R(\sin(x), \cos(x))$                                         | $\tan(\frac{x}{2}) = t$                                  |
| $f(x) = R(e^x)$                                                      | $e^x = t$                                                |