FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

Análise Matemática I (B, C, D e E)

2º Teste — 9 de Junho de 2015
(Duração 1:30)

1. **[2.0 val.]** Determine o valor do seguinte limite:

$$\lim_{x\to 3^+} (x-3)^{\mathrm{tg}(x-3)}$$

2. Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por:

$$f(x) = x^2\, \mathrm{e}^{\frac{x+1}{2}}$$

   (a) **[2.0 val.]** Escreva a fórmula de Taylor com resto de Lagrange de ordem 2, em torno do ponto de abcissa -1.

   (b) **[1.0 val.]** Determine o sentido da concavidade de f em $x = -1$.

   (c) **[2.0 val.]** Indique se cada um dos pontos seguintes é um extremo relativo da função, um ponto de inflexão da função, ou nenhuma das duas opções anteriores: $(0, f(0))$, $(1, f(1))$.

3. Calcule as seguintes primitivas ou integrais:

   (a) **[2.5 val.]**

$$\int_1^{27} \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt[3]{x}+1)\,\sqrt[6]{x^5}}dx$$

   (b) **[2.0 val.]**

$$\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} (x^3+x)\mathrm{sen}(x^2)dx$$

   (c) **[2.5 val.]**

$$\int \frac{3x+1}{x(2x^2+4)}dx$$

v.s.f.f.

$\longrightarrow$

4. **[2.0 val.]** Considere $f(x) = 4 - (4+x)^2$ e $g(x) = |2x|$. Represente como uma soma de integrais o valor da área a cinzento na Figura 1.

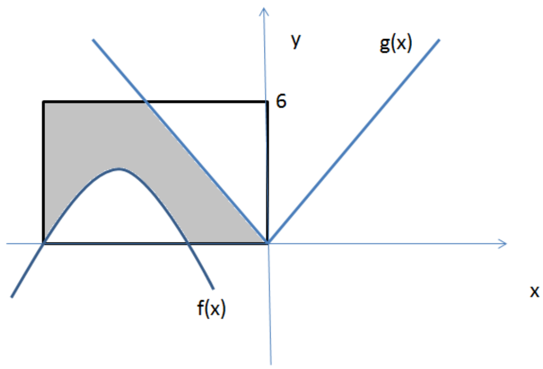

Figura 1: Representação gráfica da área.

5. **[2.0 val.]** Classifique e estude a natureza do seguinte integral impróprio

$$\int_2^{+\infty} \frac{\text{sen}(x)}{x^2+x} dx.$$

6. Considere uma função $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, contínua em $\mathbb{R}$. Seja f a função definida por:

$$f(x) = \mathrm{e}^{\int_1^x g(t)dt}.$$

(a) **[1.0 val.]** Determine, justificando, a expressão da derivada de f.

(b) **[1.0 val.]** Supondo que g é uma função decrescente, use o teorema da média para provar que $f(x) \leq \mathrm{e}^{g(1)}$, para $1 \leq x \leq 2$.

Expressão	Substituição
$f(x) = R(x^{\frac{m}{n}}, x^{\frac{p}{q}}, \ldots, x^{\frac{r}{s}})$	$x = t^\mu, \quad \mu = \text{m.m.c.}\{n, q, \ldots, s\}$
$f(x) = R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m}{n}}, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{p}{q}}, \ldots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{r}{s}}\right)$	$\frac{ax+b}{cx+d} = t^\mu$ $\mu =$ m.m.c.$\{n, q, \ldots, s\}$
$f(x) = R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})$	$\sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a}\,x + t$, se $a > 0$ $\sqrt{ax^2+bx+c} = tx + \sqrt{c}$, se $c > 0$
$f(x) = R(\text{sen}(x), \cos(x))$	$\text{tg}(\frac{x}{2}) = t$
$f(x) = R(\text{sen}(x), \cos(x))$ $R(-\text{sen}(x), -\cos(x)) = R(\text{sen}(x), \cos(x))$	$\text{tg}(x) = t$