2.3. - IMPLEMENTAÇÃO DE OPERAÇÕES ARITMÉTICAS

As operações aritméticas podem ser efetuadas em diferentes códigos e de forma série ou paralela.

Nesta fase tratar-se-á de somadores operando em binário sobre dois e três bits.

3.1- "Half adder" (meio somador)

Considerem-se os números binários constituídos por um só dígito, $A = a_0 2^0$ e $B = b_0 2^0$. A sua soma poderá ser representada sob a forma de uma tabela.

A	B	S_0	C_1
0	0	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	0	1

Tal como sucede para a tabela da soma dos números decimais o resultado poderá ser um valor que denominaremos S e um sinal de transporte ("e vai um") C

Exemplo:

$3+4=7 \qquad S=7 \quad C=0$

$8+4=12 \qquad S=2 \quad C=1$

A análise da tabela binária permite-nos escrever que $S=1$ quando $A=0$ e $B=1$ ou quando $A=1$ e $B=0$

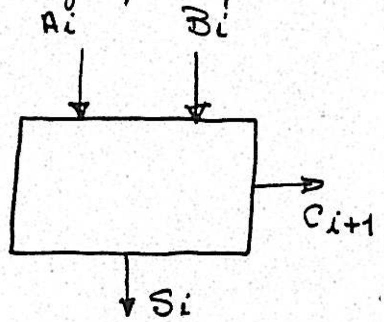
Então: $S = A\bar{B} + \bar{A}B$

Por sua vez $C=1$ só quando $A=1$ e $B=1$. Então: $C_1 = AB$

Generalizando para números A_i e B_i poder-se-á obter:

$$S_i = A_i\bar{B}_i + \bar{A}_iB_i$$
$$C_{i+1} = A_iB_i$$

Uma representação gráfica possível é:



3.2 — Full Adder (adicionador completo)

Um sinal de transporte proveniente de um adicionador como o precedente deverá ser somado simultaneamente com os bits correspondentes aos números A_i e B_i. Portanto há que estabelecer uma nova tabela que dará conta do modo como S_i e C_{i+1} vão aparecer.

C_i	A_i	B_i	S_i	C_{i+1}
0	0	0	0	0
0	1	0	1	0
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

A variável S_i toma o valor 1 nos seguintes casos:

$C_i=0 \quad A_i=1 \quad B_i=0 \qquad\qquad C_i=1 \quad A_i=0 \quad B_i=0$

$C_i=0 \quad A_i=0 \quad B_i=1 \qquad\qquad C_i=1 \quad A_i=1 \quad B_i=1$

Portanto:

$$S_i = A_i\bar{B}_i\bar{C}_i + \bar{A}_i\bar{B}_i C_i + \bar{A}_i B_i \bar{C}_i + A_i C_i B_i$$

Por outro lado C_{i+1} tomará o valor 1 quando:

$C_i=0 \quad A_i=1 \quad B_i=1 \qquad\qquad C_i=1 \quad B_i=1 \quad A_i=0$

$C_i=1 \quad A_i=1 \quad B_i=0 \qquad\qquad C_i=1 \quad A_i=1 \quad B_i=1$

ou seja:

$$C_{i+1} = \bar{C}_i A_i B_i + C_i A_i \bar{B}_i + C_i \bar{A}_i B_i + C_i A_i B_i$$

Este circuito pode ser implementado a partir de half Adder.
Vejamos como:

Dado que:
$$\begin{array}{cc} & A_i \\ & B_i \\ \hline C_{i+1} & S_i \end{array}$$

então:

$$A_i + B_i + C_i \Rightarrow \begin{array}{cc} & A_i \\ & B_i \\ \hline C'_{i+1} & S'_i \\ & C_i \\ \hline C_l & S_i \\ C'_{i+1} & \\ \hline C_{i+1} & S_i \end{array}$$

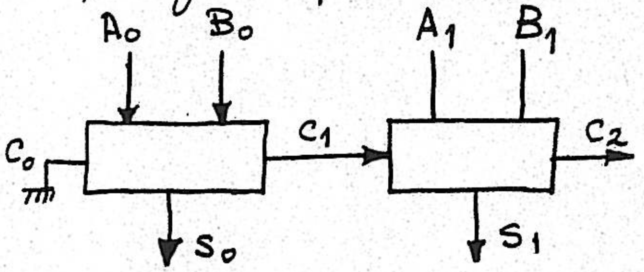
→ Se $C'_{i+1}=1$ então $S'_i=0$

→ Se $C_i=1$
- $S'_i=1$ $C'_{i+1}=0$ e então $S_i=0$ e $C_l=1$
- $S'_i=0$ e $C'_{i+1}=1$ então $S_i=1$ e $C_l=0$

Através da tabela de verdade desta sequencia de operaçoẽs poder-se-á obter a tabela correspondente ao full adder.

C_i	A_i	B_i	S'_i	C'_{i+1}	$S_i = S'_i + C_i$	C_l	$C_{i+1} = C_l + C'_{i+1}$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1	0	1

Considere-se a soma de dois numeros $A = A_0 2^0 + A_1 2^1$ e $B = B_0 2^0 + B_1 2^1$ utilizando full adders



O resultado da operação será $A+B = C_2 S_1 S_0$. No entanto o sinal de transporte C_1 só aparece depois de efectuada a soma $A_0 + B_0$ e S_1 e C_2 só deverão ser considerados após a soma $C_1 + A_1 + B_1$ ser executada. Aparece portanto um atrazo entre a entrada dos valores e a saida do resultado ou seja S_0 aparece primeiro que S_1.

Uma forma de obviar este tipo de inconveniente consiste em gerar sinais de transporte imediatamente a partir dos $A_i \cdot B_i$ e não a partir dos $C_{i-1}\, A_i \cdot B_i$. Vamos ver que isso é possível.

Considere-se $A_1 = B_1 = 1$ ou $C_0 = 1$ e A_1 e/ou $B_1 = 1$

Então: $C_1 = \underbrace{A_1 B_1}_{\text{só aparece se: } A_1 = B_1 = 1} + \underbrace{(A_1 \bar{B}_1 + \bar{A}_1 B_1) C_0}_{\text{só aparece se: } A_1 = 1;\ C_0 = 1;\ B_1 = 0 \text{ ou } A_1 = 0,\ B_1 = 1,\ C_0 = 1}$

Denomine-se $A_1B_1 = G_1$ e $A_1\bar{B}_1 + \bar{A}_1B_1 = P_1$

Por indução temos:

$$C_i = G_i + P_i C_{i-1}$$ em que:

$$G_i = A_i B_i$$

$$P_i = A_i\bar{B}_i + \bar{A}_iB_i$$

e : $$C_{i-1} = A_{i-1}B_{i-1} + (A_{i-1}\overline{B_{i-1}} + \overline{A_{i-1}}B_{i-1})C_{i-2} =$$
$$= G_{i-1} + P_{i-1}C_{i-2}$$

Deste modo os sucessivos sinais de transporte obtêm-se directamente dos sinais de entrada A_iB_i

$$G_i = A_iB_i$$

$$P_i = A_i\bar{B}_i + \bar{A}_iB_i = A_i \oplus B_i$$ * $\oplus$ - ou exclusivo.

Exemplo: