

Análise Matemática II E

1º teste, 2007/2008

Duração: 1,5 horas.

Deve mudar de folha sempre que mudar de pergunta. Deve apresentar os seus cálculos, argumentos e justificações.

(4 val.) 1- Resolva a equação

$$e^{-y} \sin x - y' \cos^2 x = 0.$$

(4 val.) 2- Considere o problema de valores iniciais

$$\begin{cases} y' = 2x - y + 1 \\ y(0) = 1/2 \end{cases}$$

Calcule um valor aproximado de $y(1/2)$ pelo método de Euler, utilizando o passo $h = 1/4$.

(4 val.) 3- Escreva a equação logística e diga qual o significado das constantes envolvidas.

(4 val.) 4- Um tanque contém inicialmente 100 litros de água onde estão dissolvidos 3 kg de sal. Uma mistura de água e sal entra no tanque a uma taxa de 5 litros por minuto, esta mistura contém 0,1 kg de sal por cada litro de água. Este tanque tem uma saída por onde sai a mistura a uma taxa de 5 litros por minuto.

a) Determine a quantidade de sal dentro do tanque ao fim de 10 minutos.

b) No caso de a taxa de saída da mistura do tanque ser 4 litros por minuto, escreva uma equação (não é necessário resolver) cuja solução descreva a quantidade de sal dentro do tanque ao longo do tempo.

(4 val.) 5- a) Escreva a equação da superfície formada pelos pontos equidistantes ao ponto $(0, 0, 1)$ e ao plano $z = -1$.

b) Faça um esboço da superfície que se obtém trocando as variáveis x e z na equação obtida na alínea a).