

## Definição (Conjunto de nível)

*Chama-se conjunto de nível de uma função  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  ao conjunto  $C_k$  solução da equação  $f(x) = k$ , onde  $k$  é uma constante pertencente ao contra-domínio de  $f$ .*

$$C_k = \{x \in \mathbb{R}^n : f(x) = k \wedge k \in f(D)\}$$

**Nota:** Em  $\mathbb{R}^2$  designa-se por curva de nível e em  $\mathbb{R}^3$  por superfície de nível.

## Exemplos

<https://faculty.math.illinois.edu/~nmd/quadrics/hyper2.html>

## Definição (Limite segundo Cauchy)

*Seja  $f : D \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  e  $a \in \overline{D}$ . Diz-se que  $f$  tende para  $b$  quando  $x$  tende para  $a$  ou que  $f$  tem limite  $b$  em  $a$  e escreve-se  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$  se:*

$$\forall \delta > 0, \exists \epsilon > 0, x \in D \cap V_\epsilon(a) \Rightarrow f(x) \in V_\delta(b)$$

$$\forall \delta > 0, \exists \epsilon > 0, x \in D \wedge \|x - a\| < \epsilon \Rightarrow |f(x) - b| < \delta$$

Exemplo