Definição

Sejam $a \in \mathbb{R}^n$ *e* $\epsilon > 0$. *Chama-se vizinhança de centro* a *e raio* ϵ *ao conjunto:*

$$V_\epsilon(a) = \{x \in \mathbb{R}^n : d(x,a) < \epsilon\} = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x - a\| < \epsilon\}$$

com $\|y\| = \sqrt{y_1^2 + \ldots + y_n^2}$ logo

$$\|x - a\| = \sqrt{(x_1 - a_1)^2 + \ldots + (x_n - a_n)^2}$$

Exemplos

Definição

Sejam $a \in \mathbb{R}^n$ e $A \subseteq \mathbb{R}^n$*. Diz-se que:*

- a *é um ponto interior de* A *(*$a \in int(A)$*)*

$$\exists \epsilon > 0, V_\epsilon(a) \subseteq A$$

- a *é um ponto exterior de* A *(*$a \in ext(A)$*)*

$$\exists \epsilon > 0, V_\epsilon(a) \subseteq \mathbb{R} \setminus A$$

- a *é um ponto fronteiro de* A *(*$a \in fr(A)$*)*

$$\forall \epsilon > 0, V_\epsilon(a) \cap A \neq \emptyset \quad \wedge \quad V_\epsilon(a) \cap \mathbb{R}^n \setminus A \neq \emptyset$$

Propriedades:

- $int(A) \cap ext(A) = \emptyset$
- $int(A) \cap fr(A) = \emptyset$
- $fr(A) \cap ext(A) = \emptyset$
- $int(A) \cup fr(A) \cup ext(A) = \mathbb{R}^n$

Definição

Seja $A \subseteq \mathbb{R}^n$. Chama-se aderência ou fecho de A ao conjunto

$$\bar{A} = int(A) \cup fr(A)$$

Nota: $\bar{A} = A \cup fr(A)$

Definição

Seja $A \subseteq \mathbb{R}^n$.

Se $A = int(A)$ *então* A *diz-se um conjunto aberto.*

Se $A = \bar{A}$ *então* A *diz-se um conjunto fechado.*

Exemplo (com revisão de linhas cónicas)