**Análise Matemática II *E***
Departamento de Matemática FCT-UNL
Primeiro teste - 2 de abril de 2014
Duração: 1h30m

## 1º Teste

Atenção: As respostas às perguntas seguintes devem ser cuidadosamente justificadas em folha(s) do caderno de prova, devidamente **identificada(s)** com o nome e o número de aluno.

[3.5] 1. Considere a equação diferencial $\dfrac{dy}{dx} = y\left(\dfrac{1}{x} - \tan x\right) + x\cos x$.

(a) Mostre que $\mu(x) = \dfrac{1}{x\cos x}$ é um factor integrante da equação diferencial.

(b) Determine a solução $y(x)$ da equação que verifica a condição inicial $y(\pi) = 0$ em $I = ]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$.

Mude de Folha

[3.5] 2. Considere a equação diferencial $y' = y^2 e^x$.

(a) Verifique se a equação admite soluções de equilíbrio (ou seja, soluções constantes), e em caso afirmativo determine-as.

(b) Determine a solução $y(x)$ da equação que verifica a condição inicial $y(0) = -1$.

Mude de Folha

[2.5] 3. Determine um valor aproximado da solução do problema de valor inicial:

$$\begin{cases} y' = 4 - 2x \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

no ponto $x = 2$ utilizando o método de Euler com um passo de $\Delta x = 0.5$.

Compare com a solução exacta do problema indicando o erro absoluto cometido.

Mude de Folha

[2.5] 4. Considere a superfície $S$ definida pela equação $x = \dfrac{y^2}{4} + \dfrac{z^2}{4}$.

(a) Classifique a superfície.

(b) Verifique se $S$ se trata de uma superfície de revolução, e em caso afirmativo descreva essa revolução (isto é, indique que curva roda em torno de que eixo).

(c) Escreva a equação da superfície que se obtém por reflexão de $S$ no plano $y = x$.

Mude de Folha

[3.0] 5. Considere a região $R$ do plano definida pelas pelas condições $y \geq 0$ e $(x - \frac{1}{2})^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}$. Descreva a região por meio de inequações da forma:

$$\begin{cases} r_1(\theta) \leq r \leq r_2(\theta) \\ \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2 \end{cases}$$

onde $(r, \theta)$ são as coordenadas polares de um ponto do plano.

Mude de Folha

[5.0] 6. Considere a equação diferencial $y' = f(ax + by + c)$ em que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função contínua e $a + bf(t) \neq 0$, para todo o $t \in \mathbb{R}$.

(a) Mostre que uma mudança de variável $u(x) = ax + b\,y(x) + c$ transforma a equação numa equação de variáveis separáveis.

(b) Usando o método agora descrito resolva o PVI: $y' = e^{2x+y-1} - 2$, com $y(0) = 1$.

Fim