Análise Matemática II E

Departamento de Matemática FCT-UNL

2º Teste (13/12/2014) - 1º Semestre - 2014/2015

1. Considere a função $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2y^2\cos(2x^2+\pi)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

   (a) Estude a continuidade de f no seu domínio.

   (b) Calcule o gradiente de f nos pontos $(0,0)$ e $(0,1)$.

   (c) Averigue se f é diferenciável no ponto $(0,0)$.

2. Considere a função $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$.

   (a) Determine uma equação do plano tangente e da recta normal ao gráfico de f no ponto $(3,4,5)$.

   (b) Usando a alínea anterior determine uma aproximação linear de $f(3.04, 3.98)$.

3. Seja $z = 8x^2y - 2x + 3y$ onde $x = uv$ e $y = u - v$.

   (a) Calcule $\frac{\partial z}{\partial u}(1,1)$ e $\frac{\partial z}{\partial v}(1,1)$.

   (b) Determine o maior valor que uma derivada direccional da função $z = z(u,v)$ no ponto $(1,1)$ pode tomar.

4. Determine os máximos e os mínimos absolutos da função $f(x,y) = xy$ sobre a região de $\mathbb{R}^2$ definida por $\{(x,y) : \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1\}$.

5. Considere o integral duplo duma função f numa região D dado por

$$\int_0^3 \int_{\frac{4}{3}y}^{\sqrt{25-y^2}} f(x,y)\ dxdy.$$

(a) Esboce a região de integração.

(b) Inverta a ordem de integração.

6. Calcule o volume do sólido limitado pelas superfícies $x = 0,\ y = 0,\ x + y + z = 2$ e $z = 1$.

7. Considere o sólido $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 \leq \frac{x^2+y^2}{3}, x^2 + y^2 + z^2 \leq 9 \text{ e } y \leq 0\}$. Calcule

$$\int\int\int_E \frac{z}{3}\ dV.$$