FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Análise Matemática II E

Departamento de Matemática FCT-UNL

Recurso (23/06/2015) - 2º Semestre - 2014/2015

1ª Parte

1. Determine a solução geral das equações diferenciais:

   (a) $(2x^3 + 1)y' - 4x^2y = 5x^2$;

   (b) $xy^2 + x = (x^2y - y)\frac{dy}{dx}$.

2. Considere a equação diferencial $y' - (x + 1)^2 = 0$ e $y(0) = 1$. Determine:

   (a) o valor aproximado da solução da equação diferencial no ponto $x = 0,2$, utilizando o método de Euler com passo $\Delta x = 0,1$;

   (b) o erro do valor aproximado obtido na alínea anterior.

3. Considere a função $f(x, y) = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$.

   (a) Identifique a superfície que constitui o gráfico de f.

   (b) Determine e faça um esboço da secção do gráfico de f pelo plano $x = 0$.

   (c) Determine e represente geometricamente as curvas de nível $f(x, y) = k$ para $k = 0$ e $k = 3$.

   (d) Escreva a equação da superfície $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$ em coordenadas esféricas.

4. Considere as superfícies de equações $z - x^2 - y^2 = 0$ e $2x - 4y = 1 + z$.

   (a) Identifique as duas superfícies.

   (b) Seja $\mathcal{C}$ a curva resultante da interseção das duas superfícies. Determine uma parametrização da curva $\mathcal{C}$ em função de t, com $t \in [0, 2\pi]$.

   (c) Determine a reta tangente à curva $\mathcal{C}$ no ponto $(3, -2, 13)$.

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Análise Matemática II E

Departamento de Matemática FCT-UNL

Recurso (23/06/2015) - 2º Semestre - 2014/2015

2ª Parte

5. Considere a função definida em $\mathbb{R}^2$ por

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(y-1)^2 \operatorname{sen} x}{x^2+(y-1)^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,1) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,1). \end{cases}$$

   (a) Determine o gradiente da função f no ponto $(0,1)$;

   (b) Estude a continuidade e a diferenciabilidade de f no ponto $(0,1)$.

6. Sejam f e g funções reais de duas variáveis, sendo $f(s,t)$ de classe C^1 e g definida por

$$g(x,y) = xy + f(x^2+y^2, xy).$$

   (a) Determine $\frac{\partial g}{\partial x}$ e $\frac{\partial g}{\partial y}$ em função das derivadas parciais de f;

   (b) Sabendo que $\frac{\partial f}{\partial s}(2,1) = 1$ e $\frac{\partial f}{\partial t}(2,1) = -1$ calcule $\frac{\partial g}{\partial x}(1,1)$.

7. Inverta a ordem de integração e calcule $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 e^{y^3}\, dy\, dx$.

8. Calcule o volume do sólido limitado pelas superfícies $x^2+y^2=4, y+z=4$ e $z=0$.

9. Calcule

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} \sqrt{x^2+y^2+z^2}\, dz\, dy\, dx.$$