FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Análise Matemática II E

Departamento de Matemática FCT-UNL
1º Teste (22/04/2015) - 2º Semestre - 2014/2015
Duração: 2 horas

1. Resolva as seguintes equações diferenciais:

[2.0] (a) $xy' + (1+x)y = 2$, para $x > 0$;

[1.0] (b) $y' = \frac{y-2\sqrt{yt}}{t}$, para $t > 0$, fazendo a substituição $y = ut$.

2. Considere o sistema de valores iniciais $y' - (0,2)xy = 0$ e $y(1) = 1$. Determine:

[1.5] (a) uma aproximação de $y(1,2)$ pelo método de Euler com um passo $\Delta x = 0,1$;

[1.0] (b) o valor exato de $y(1,2)$;

[1.0] (c) o erro absoluto da aproximação obtida em a).

3. Considere a região do plano $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq \sqrt{3}x,\ \ y \leq \sqrt{4-x^2}\ \text{ e }\ x,y \geq 0\}$.

[1.0] (a) Represente geometricamente a região R.

[1.5] (b) Descreva a região R em coordenadas polares por meio de inequações da forma

$$\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2 \quad \text{e} \quad r_1 \leq r \leq r_2.$$

4. Considere as superfícies S_1, S_2 e S_3 definidas respetivamente por $z = -x - y + 3$, $x^2 + y^2 + z^2 = 4z + 12$ e $\phi = \frac{2\pi}{3}$, sendo esta última representação em coordenadas esféricas.

[1.5] (a) Identifique cada uma das 3 superfícies;

[1.0] (b) Faça a representação geométrica da secção de S_2 pelo plano $z = 2$;

[1.5] (c) Considere o sólido E limitado pelas superfícies S_1 e S_2 que contém o ponto $(0,0,\frac{7}{2})$. Defina-o através de inequações;

[1.5] (d) Descreva a superfície S_3 em coordenadas cartesianas.

[2.5] 5. Descreva o sólido $T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z \leq 4 - x^2 - y^2,\ \ z \geq -1\ \text{ e }\ x^2 + y^2 \leq 4\}$ em coordenadas cilíndricas, na forma $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$, $r_1 \leq r \leq r_2$ e $z_1(r,\theta) \leq z \leq z_2(r,\theta)$.

6. Considere a função vetorial $f(t) = (2 - 2\text{sent}, 2 + 2\text{cost}, 2\text{t} - 1)$ com $0 \leq t \leq 2\pi$. Determine:

[1.5] (a) uma equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(x,y,z) = (2,4,-1)$;

[1.5] (b) uma parametrização de f em função do comprimento de arco;