FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Análise Matemática II E

Departamento de Matemática FCT-UNL

2º Teste (9/06/2015) - 2º Semestre - 2014/2015

Duração: 2 horas

1. Considere a função definida em $\mathbb{R}^2$ por

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{|xy|}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

[1.5] (a) Estude a continuidade de f ;

[1,5] (b) Determine o gradiente da função f no ponto $(0,0)$;

[1.5] (c) A função f admite derivada no ponto $(0,0)$ segundo o vector (a,a), com $a \neq 0$? Justifique ;

[1.0] (d) Será f é diferenciável no ponto $(0,0)$? Justifique.

2. Considere a função definida em $\mathbb{R}^2$ por $f(x,y) = 3xy + x^2 + y^2$.

[1.0] (a) Determine os pontos críticos da função f.

[2,0] (b) Seja $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9\}$. Determine, caso existam, o máximo e mínimo absolutos de f no conjunto A. Justifique.

3. Considere a função $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+7y^2}}{3}$.

[2,0] (a) Determine o diferencial de f no ponto $(1,1)$ e o plano tangente ao gráfico de f no ponto $(1,1,1)$.

[2,0] (b) Use a aproximação linear para calcular um valor aproximado de $f(0,9;1,2)$.

[2,5] 4. Esboce a região de integração de $\int_0^3 \int_{\frac{y}{3}}^1 (x^2+1)^3 \, dx \, dy$ e calcule o valor das integrações.

[2,5] 5. Considere o sólido $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z \leq 1 - x^2 - y^2 \text{ e } x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$. Calcule

$$\int\int\int_E (2x+y) \, dV,$$

utilizando coordenadas cilíndricas.

[2,5] 6. Calcule

$$\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} z^2 \sqrt{x^2+y^2+z^2} \, dz \, dx \, dy.$$