FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Análise Matemática II E**

Departamento de Matemática FCT-UNL

2º Teste (03/06/2016) - 2º Semestre - 2015/2016

Duração: 2 horas

1. Considere a função definida em $\mathbb{R}^2$ por

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^3}{(x-3)^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (3,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (3,0). \end{cases}$$

[1.5] (a) Estude a continuidade de $f$ no ponto $(3,0)$;

[1.0] (b) Determine o gradiente de $f$ no ponto $(0,0)$;

[1.0] (c) A função $f$ é diferenciável no ponto $(0,0)$ ? Justifique.

[1.0] (d) Calcule a derivada direccional de $f$ em $(0,0)$ no sentido do vector $u = (1,1)$.

[2.5] 2. (a) Inverta a ordem de integração e determine a soma dos integrais iterados :

$$\int_0^1 \int_x^{2x} e^{y^2}\, dydx + \int_1^2 \int_x^2 e^{y^2}\, dydx.$$

[2.0] (b) Converta em coordenadas cilíndricas e calcule :

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{-x^2-y^2}^0 \cos((x^2+y^2)^2)\, dzdydx.$$

3. Seja $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função definida por $g(x,y) = xe^{xy^2}$

[1.5] (a) Determine uma equação do plano tangente ao gráfico de $g$ no ponto $(1,0,1)$;

[1.5] (b) uma aproximação linear de $g(1.1,-0.1)$

4. Considere o sólido $E$ limitado superiormente pelo plano $x+2y+3z=12$, inferiormente pelo plano OXY e lateralmente pelos planos $x=0, x=1, y=0$ e $y=1$.

(a) Sem calcular o volume de $E$ exprima-o usando:

[1.0] (i) dois integrais iterados resultantes de um integral duplo;

[1.0] (ii) três integrais iterados resultantes de um integral triplo;

[2.0] (b) Calcule o volume de $E$.

[2.0] 5. Calcule, caso existam, o máximo e mínimo da função $f(x,y,z) = 2x+y-2z$ no conjunto definido por $x^2+y^2+z^2 \leq 4$.

[2.0] 6. Sejam $g(u,v)$ com $(u,v) = (x^2, ye^x)$ e $f(x,y) = \log(g(u,v))$ funções de $\mathbb{R}^2$ em $\mathbb{R}$. Determine o gradiente de $f$ no ponto $(1,1)$ sabendo que $g(1,e) = 2$, $\frac{\partial g}{\partial u}(1,e) = \frac{\partial u}{\partial x}(1,e)$ e $\frac{\partial g}{\partial v}(1,e) = \frac{\partial v}{\partial y}(1,e)$.