Análise Matemática II E

Departamento de Matemática FCT-UNL

1º Teste (26/10/2016) - 1º Semestre - 2016/2017

Duração: 2 horas

[1.5] 1. (a) Resolva a equação diferencial $2ty' - y = t + 1$; de valor inicial $y(2) = 4$.

[1.5] (b) Considere a equação diferencial $y' - 6y^2x = 0$. Averigue se tem soluções constantes e resolva-a.

[1.5] (c) Classifique a equação diferencial $y' - (4x - y + 1)^2 = 0$. Através da mudança de variável $u = 4x - y$, transforme a referida equação numa equação de variáveis separáveis.

2. Considere o problema de valor inicial $y' + \frac{y}{x} = 0$ e $y(1) = 1$.

[1.5] (a) Utilizando o método de Euler com passo $\Delta x = 0,2$ determine um valor aproximado da solução do problema no ponto $x = 1,4$.

[1.0] (b) Mostre que existe $c \in \mathbb{R}$ tal que $y = \frac{c}{x}$ é solução do problema.

[1.0] (c) Determine o erro absoluto do valor aproximado que obteve na alínea a).

3. Considere S_1, S_2 e S_3 as superfícies definidas respectivamente pelas equações

$$\frac{z^2 - 1}{2} = \frac{x^2}{4} + y^2, \quad z = \sqrt{4 - x^2 - y^2} \quad e \quad x = 1 - \sqrt{y^2 + z^2}.$$

[1.5] (a) Identifique as superfícies S_1, S_2 e S_3.

[1.5] (b) Esboce a superfície S_3 e a secção de S_1 pelo plano $z = 3$.

[1.0] (c) Descreva a superfície S_2 em coordenadas cilíndricas.

4. Considere o sólido $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \ \text{ e } \sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}} \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

[1.5] (a) Considere o conjunto dos pontos do plano cujas coordenadas polares são tais que $\theta = \frac{\pi}{6}$ ou $\theta = \frac{5\pi}{6}$. Descreva-o usando coordenadas cartesianas.

[1.0] (b) Esboce a secção do sólido E pelo plano $x = 0$;

[1.5] (c) Caracterize o sólido E em coordenadas esféricas.

5. Considere no espaço $\mathbb{R}^3$ a curva $\mathcal{C}$ definida pela função vectorial $r(t) = (2t, 3\text{sen}(2t), 3\cos(2t))$ e a superfície S definida pela equação $x - \pi = 0$.

[1.0] (a) Determine uma equação da recta tangente à curva $\mathcal{C}$ no ponto $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$.

[1.5] (b) Determine para que valores de t a curva $\mathcal{C}$ intersecta a superfície S.

[1.5] (c) Determine a parametrização da curva $\mathcal{C}$ por comprimento de arco com ponto de referência $t = 0$.