FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Análise Matemática II E

Departamento de Matemática FCT-UNL

2º Teste (19/12/2016) - 1º Semestre - 2016/2017

Duração: 2 horas

[1.5] 1. (a) Seja $f(x,y)=\frac{x^2(x+y)}{x^2+y^2}$ uma função real de duas variáveis. Estude a existência de limite da função f nos pontos $(0,0)$ e (a,b) tais que $ab\neq 0$.

[3.0] (b) Considere a função definida em $\mathbb{R}^2$ por

$$g(x,y)=\begin{cases} x+y & \text{se } x\neq y \\ x+1 & \text{se } x=y. \end{cases}$$

Averigúe se g é contínua e diferenciável no ponto $(1,1)$.

2. Seja $A=\{x,y)\in\mathbb{R}^2 : y\leq 1-x, y\leq 1+x \text{ e } y\geq 0\}$.

[1.5] (a) Calcule a área de A usando um integral duplo;

[1.5] (b) Determine $\int\int_A 3e^x\, dA$.

3. Seja $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ uma função definida por $g(x,y)=\log(\frac{xy}{x+y})$.

[1.5] (a) Determine uma equação do plano tangente ao gráfico de g no ponto $(1,1,\log\frac{1}{2})$;

[2.0] (b) uma aproximação linear de $g(0.9,1.1)$.

4. Sejam $g(u,v)$ uma função diferenciável em $\mathbb{R}^2$ e $f(x,y,z)=x^2 g(\frac{x}{y},\frac{z}{x})$.

[2.0] (a) Calcule o gradiente da função $g(\frac{x}{y},\frac{z}{x})$ no ponto $(1,1,0)$, sabendo quo o gradiente de g no ponto $(a,0)$ é $(1,2)$, para todo o $a\in\mathbb{R}$.

[1.5] (b) Mostre que $x\frac{\partial f}{\partial x}+y\frac{\partial f}{\partial y}+z\frac{\partial f}{\partial z}=2f$.

5. Considere os sólidos $M=\{(x,y,z): x^2+y^2+z^2\leq 4 \text{ e } x,y,z\leq 0\}$ e N o sólido limitado pelas superfícies $z=1-2x^2-2y^2$ e $z=-1$. Calcule:

[1.5] (a) o volume de M usando um integral duplo ou triplo;

[2.0] (b) $\int\int\int_N \sqrt{x^2+y^2}\, dV$ usando coordenadas cilíndricas.

[2.0] 6. Justifique que existem e calcule, o máximo e o mínimo da função $f(x,y)=x^2+2xy+y^2$ no conjunto $M=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (x-3)^2+y^2=2\}$. Indique em que pontos esses extremos são obtidos.