FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Análise Matemática II E

Departamento de Matemática FCT-UNL
1º Teste (26/4/2017) - 2º Semestre - 2016/2017
Duração: 2 horas

[1.5] 1. (a) Resolva a equação diferencial $x^3 y' \text{sen}\, y = 1$ de valor inicial $y(1) = \frac{\pi}{6}$.

[1.5] (b) Determine as soluções da equação diferencial $y' + 2xy - e^{-x^2} = 0$.

[1.5] (c) Seja f uma função real de variável real. Através da mudança de variável $u = x - y$, transforme a equação $y' = f(x - y) + 1$ numa equação de variáveis separáveis.

2. Considere o problema de valor inicial $y' + 2x - 4 = 0$ e $y(0) = 2$.

[1.5] (a) Utilizando o método de Euler com passo $\Delta x = 0,5$ determine um valor aproximado da solução do problema no ponto $x = 1$.

[1.5] (b) Mostre que existem constantes $a, b, c \in \mathbb{R}$ tais que $y = ax^2 + bx + c$ é solução do problema.

[1.0] (c) Determine o erro absoluto do valor aproximado que obteve na alínea a). Caso não tenha feito a aiínea anterior considere $a = b = 1$ e $c = 2$.

3. Considere S_1, S_2, S_3 e S_4 as superfícies definidas respectivamente pelas equações

$$y = 4x^2 - 8x + 4 + z^2, \quad y = \sqrt{16 - x^2 - z^2}, \quad 1 - z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \ \ e \ \ x^2 + y^2 = 3.$$

[1.5] (a) Identifique as superfícies S_1, S_2, S_3 e S_4. Faça um esboço da representação geométrica de cada uma delas.

[1.5] (b) Determine as secções $y = 4$ e $x = 1$ da superficíe S_1. Faça um esboço das curvas obtidas.

[1.0] (c) Represente analiticamente, isto é através de condições, o sólido limitado pela superfície S_3 e pelo plano $z = -1$.

4. Considere a região do plano $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^2 : (x - 1)^2 + y^2 \leq 1,\ \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x\}$ e o sólido $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1,\ z \leq -\sqrt{x^2 + y^2} \ \text{ e } \ x \geq 0\}$.

[2.0] (a) caracterize o conjunto E em coordenadas polares;

[2.0] (b) caracterize o conjunto F em coordenadas esféricas.

5. Suponha que a trajectória de uma partícula no espaço, em função do tempo, é dada pelas equações $x^2 + (y - 1)^2 = 4$ e $z = 1$.

[1.5] (a) Determine uma parametrização da referida curva no sentido positivo e de modo a que o movimento se faça percorrendo cada ponto 3 vezes;

[1.0] (b) Calcule a distância percorrida pela partícula entre o instante inicial e o instante final;

[1.0] (c) Determine em que instantes a particula se encontra no plano $x - y + 1 = 0$.