



Análise Matemática IIE

Segundo Teste – 19 de Janeiro de 2021

1. Considere a função $f(x, y) = x^2 + 4y^2$ definida no conjunto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Apenas uma das seguintes afirmações é **FALSA**. Indique qual é.

- ☐ A $(0, 0)$ é um ponto de mínimo absoluto de f .
- ☐ B $(0, -1)$ é um ponto de máximo absoluto de f .
- ☐ C $\frac{9}{2}$ é o máximo absoluto de f .
- ☐ D 0 é o mínimo absoluto de f .

2. Seja $f(x, y) = x^3y - y^3x - y^4$, função de duas variáveis reais.

Apenas uma das seguintes afirmações é **FALSA**. Indique qual é.

- ☐ A $f(x, y) = 0$ define implicitamente y como função de x numa vizinhança do ponto $(1, 0)$.
- ☐ B $y'(1) = 0$ onde y é a função implícita de x numa vizinhança do ponto $(1, 0)$.
- ☐ C $f(x, y) = 0$ define implicitamente x como função de y numa vizinhança do ponto $(1, 1)$.
- ☐ D $f(x, y) = 0$ define implicitamente y como função de x numa vizinhança dos pontos da forma $(x_0, 0)$ com $x_0 \neq 0$.

3. Sejam $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 3y \wedge x \geq 0\}$ e $f(x, y)$ uma função contínua em $\mathbb{R}^2$. Então $\int \int_A f(x, y) dx dy$ em coordenadas polares é igual a

- (I) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\sqrt{3}\sin \theta} f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \rho d\rho d\theta$
- (II) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \rho d\rho d\theta$
- (III) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{3\sin \theta} f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \rho d\rho d\theta$
- (IV) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{3\sin \theta} f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) d\rho d\theta$
- (V) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{3\sin \theta} f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \rho d\rho d\theta$

Apenas uma das seguintes afirmações é **FALSA**. Indique qual é.

- ☐ A (I) e (IV) são falsas.
- ☐ B (II) é falsa e (V) é verdadeira.
- ☐ C (III) e (IV) são falsas.
- ☐ D (II) e (V) são falsas.

QUESTÕES DE RESPOSTA ABERTA

[Cotação]

4. Considere $I_1 = \int_0^2 \int_1^2 \frac{1}{(4y - \frac{y^2}{2})^3} dy dx$ e $I_2 = \int_2^3 \int_1^{-x+4} \frac{1}{(4y - \frac{y^2}{2})^3} dy dx$.

[1.0] (a) Represente geometricamente a região de integração dos integrais de I_1 e I_2 .

[1.5] (b) Inverta a ordem de integração nos integrais iterados.

[1.5] (c) Calcule o valor de $I_1 + I_2$.

5. Considere o sólido E limitado superiormente pelo parabolóide $z = 4 - x^2 - y^2$ e inferiormente pelo parabolóide $z = 3x^2 + 3y^2$.

[1.5] (a) Represente analiticamente o sólido E através de inequações.

[2.0] (b) Calcule $\int \int \int_E xy \, dx dy dz$ usando coordenadas cilíndricas.

[1.5] (c) Escreva o integral triplo da alínea anterior na forma de 3 integrais iterados com os extremos em coordenadas cartesianas.

6. Considere o sólido $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \leq -\sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}} \wedge x^2 + y^2 + z^2 \leq 16\}$.

[1.5] (a) Faça a representação geométrica do sólido S .

[1.5] (b) Caracterize o sólido S em coordenadas esféricas.

[2.0] (c) Calcule o volume de S .

Fim