FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

Segundo Teste

Matemática Discreta

6 de Junho de 2012

[**2.0**] 1. Seja T uma árvore que tem apenas vértices de grau 1 e vértices de grau 3.

Atendendo a que T tem 10 vértices de grau 3 e k vértices de grau 1 determine, justificando:

(a) O número k de vértices de grau 1 de T.

(b) A ordem e o tamanho de T.

[**3.0**] 2. Considere a sequência de inteiros, não crescente $(6, k, 5, 5, 4, 4, 4, 3, 3, 2, 1)$.

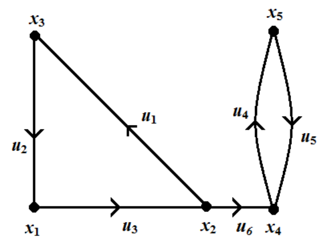
(a) Indique, justificando, para que valores de k esta sequência poderá ser a sequência de graus de um grafo.

(b) Verifique, usando o algoritmo estudado nas aulas, que para estes valores de k a sequência é gráfica.

(c) Represente geometricamente um grafo simples que possua esta sequência de graus.

Mude de Folha

[**3.0**] 3. Considere o seguinte digrafo $G = (X, \mathcal{U})$:



(a) Indique, justificando, se G é conexo.

(b) Represente geometricamente as componentes fortemente conexas de G e justifique se G é fortemente conexo.

(c) Determine a matriz de adjacências de G, em relação à marcação de vértices $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ e a matriz de incidências de G em relação a esta marcação de vértices e à marcação dos arcos $(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6)$.

[**4.0**] 4. Considere a matriz de adjacências de um grafo simples, conexo, G, em relação à marcação $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ dos seus vértices

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Utilizando apenas os elementos da matriz A ou as potências de A indique **justificando**:

(a) A ordem, o tamanho e a sequência de graus de G.

(b) O comprimento mínimo de uma cadeia $x_2 - x_4$.

(c) O número de cadeias $x_3 - x_5$ de comprimento 3.

(d) G é euleriano ou semi-euleriano?

Mude de Folha

[**1.5**] 5. Seja G um grafo simples em que todos os vértices têm grau par.

Mostre que G não tem pontes.

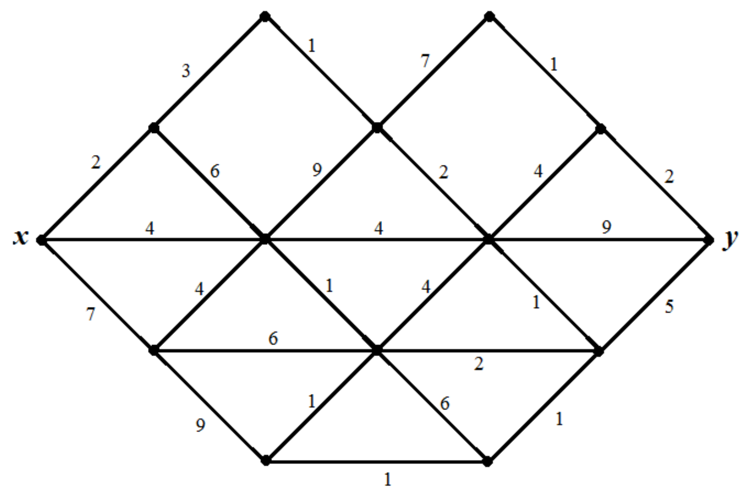
[**1.5**] 6. Considere $G = (X, \mathcal{U})$ um grafo simples conexo com n vértices cujo complementar, $\overline{G} = (X, \overline{U})$, também é conexo. Sejam $d_G(x_i, x_j)$ e $d_{\overline{G}}(x_i, x_j)$ o menor comprimento das cadeias $x_i - x_j$ em G e em $\overline{G}$, respectivamente. Mostre que

$$d_G(x_i, x_j) + d_{\overline{G}}(x_i, x_j) \leq n.$$

Nome: **Nº de aluno:** **Nº de caderno**:

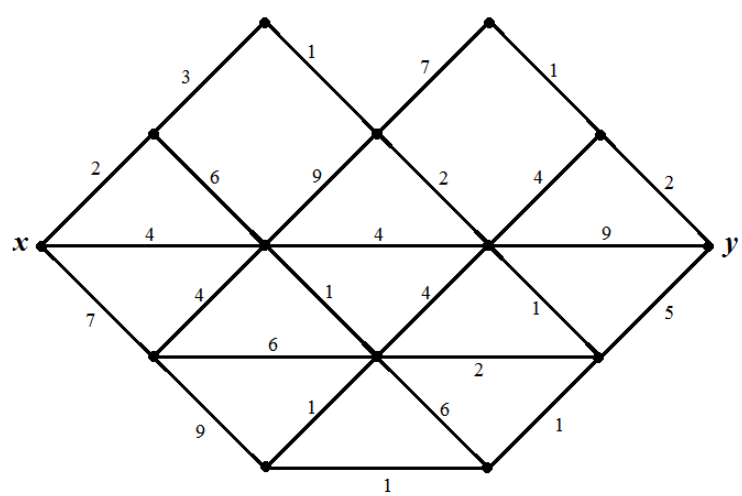
[5.0] 7. Para cada uma das questões responda nesta folha do enunciado identificando de forma clara cada uma das escolhas feitas.

(a) Utilize o **algoritmo de Prim**, a partir do vértice **y**, para calcular uma árvore maximal de valor mínimo do seguinte grafo ponderado.



Indique o valor da árvore obtida.

(b) Utilize o **algoritmo da Cadeia mais Curta** para determinar uma cadeia **x** − **y** mínima entre os vértices **x** e **y** do seguinte grafo ponderado:



Indique o seu valor e assinale a cadeia correspondente.