António Chaves Amendoeira Tubal Caeiro - 42486 - MIEI
Mark: 9/16 (total score: 9/16)

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	■	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	■	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	■
7	7	7	7	7
8	8	8	■	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: António Chaves Amendoeira Tubal Caeiro

Número: 42486 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ■ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- ☒ Nenhuma é injectiva.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ☐ Todas são injectivas.
- ☐ Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- ☐ g é bijectiva .
- ■ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ f é bijectiva.
- ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.
- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

António José Gonçalves Costa Silva - 43381 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+116/1/10+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: António José Gonçalves Costa Silva

Número: 43381 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Todas são injectivas.
- [x] Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [ ] f é bijectiva.
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [x] g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

António Miguel Amaral Cochicho Ramalho - 42767 - MIEI
Mark: 4/16 (total score: 4/16)

+400/1/42+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	■	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	■	6
7	7	■	7	■
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: António Miguel Amaral Cochicho Ramalho

Número: 42767 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

0/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] c $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [x] a Todas são sobrejectivas.
- [ ] c Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] b Todas são injectivas.
- [x] d Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a f é bijectiva.
- [ ] c g é bijectiva .
- [ ] b f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [x] d f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- [ ] a Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] b Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [x] d Quatro das aplicações são invertíveis.

2/2

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \, o \, f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

-0.5/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

2/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

-0.5/2

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] c $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

António Pedro Crato Roque - 42909 - MIEI
Mark: 8.5/16 (total score: 8.5/16)

+501/1/20+

Departamento de Matemática — **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**

Matemática Discreta — **07/05/2014** — **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: António Pedro Crato Roque

Número: 42909 Curso: M.I.E.I

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ■ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☐ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ☐ Todas são sobrejectivas.
- ☐ Todas são injectivas.
- ■ Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- ☐ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ☐ f é bijectiva.
- ■ g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.
- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- ☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☒ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- ☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- ☒ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- ☐ b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ☐ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- ☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- ☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ☒ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- ☐ a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☒ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ■ d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Beatriz Viegas de Oliveira - 43680 - MIEC
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+169/1/24+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	■
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	■	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	■	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	■	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Beatriz Viegas de Oliveira

Número: 43680 Curso: MIEC

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [x] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Todas são injectivas.
- [x] Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] g é bijectiva .
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] f é bijectiva.
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Beatriz da Costa Pinto Norberto - 42653 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+29/1/4+

Departamento de Matemática | **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta | **07/05/2014** | **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0 0
1 1 1 1 1
2 2 2 2 2
3 3 3 3 3
4 4 4 4 4
5 5 5 5 5
6 6 6 6 6
7 7 7 7 7
8 8 8 8 8
9 9 9 9 9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Beatriz da Costa Pinto Norberto

Número: 42653 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Nenhuma é injectiva.
- [x] Todas são injectivas.
- [ ] Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] f é bijectiva.
- [ ] g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1,2\}$ no conjunto $Y = \{a,b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

☒ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

☐ a $\Delta = \{\emptyset\}$.

☐ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

☐ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

☒ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

☒ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

☐ a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☒ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Bernardo Ferreira da Silva Mecheiro Branco - 42826 - MIEI
Mark: 1/16 (total score: 1/16)

+238/1/6+

Departamento de Matemática **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bernardo Ferreira da Silva Mecheiro Branco

Número: 42826 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- b $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- a Nenhuma é injectiva.
- b Todas são injectivas.
- c Nenhuma é sobrejectiva.
- d Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- a f é injectiva e g é sobrejectiva.
- b g é bijectiva .
- c f é sobrejectiva e g é injectiva.
- d f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- a Quatro das aplicações são invertíveis.
- b Apenas uma das aplicações é invertível.
- c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- d Nenhuma das aplicações é invertível.

-0.5/2

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

-0.5/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

-0.5/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

2/2

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Bernardo Mendes Pereira de Oliveira Brito - 42732 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+531/1/20+

Departamento de Matemática — Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
Matemática Discreta — 07/05/2014 — 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bernardo Mendes Pereira de Oliveira Brito

Número: 42732 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Todas são injectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] g é bijectiva .
- [ ] f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Bernardo Miguel de Almeida Menino Do Rosário - 42729 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+17/1/28+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL

07/05/2014

2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ...Bernardo...Rosário...

Número: ....42729.......... Curso: ..MIEI..............

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- ☐ Todas são injectivas.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ☐ Todas são sobrejectivas.
- ☒ Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g\,o\,f$ é bijectiva então:

2/2

- ☐ g é bijectiva .
- ☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ☐ f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1,2\}$ no conjunto $Y = \{a,b\}$.

-0.5/2

- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.
- ☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☒ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☒ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

☐ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

☐ c $\Delta = \{\emptyset\}$.

☒ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☒ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

■ a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☒ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Bruno Alexandre Martins dos Santos - 42074 - MIEI
Mark: 6.5/16 (total score: 6.5/16)

+550/1/42+

Departamento de Matemática **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0 0
1 1 1 1 1
2 2 2 2 2
3 3 3 3 3
4 4 4 4 4
5 5 5 5 5
6 6 6 6 6
7 7 7 7 7
8 8 8 8 8
9 9 9 9 9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bruno A. M. dos Santos

Número: 42074 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- a $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- d $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- a Nenhuma é injectiva.
- b Todas são injectivas.
- ■ Nenhuma é sobrejectiva.
- d Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- a g é bijectiva .
- b f é bijectiva.
- c f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ■ f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- a Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ■ Nenhuma das aplicações é invertível.
- c Quatro das aplicações são invertíveis.
- d Apenas uma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- ☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☒ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- ☒ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- ☐ c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ☐ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☐ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

0/2

- ☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- ☒ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- ☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- ☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- ☐ a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☒ d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Bruno Gabriel Andrade Ramires da Silva Jota - 43277 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+79/1/24+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	■	2	2
3	■	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	■	■
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bruno Jota

Número: 43277 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [ ] a Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] b Todas são sobrejectivas.
- [ ] Nenhuma é injectiva.
- [x] Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] b f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] c g é bijectiva .
- [ ] d f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] b Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] d Apenas uma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- b $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- c $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Bruno José Agostinho Cardoso - 43919 - MIEC
Mark: 1/16 (total score: 1/16)

+171/1/20+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	■	1
2	2	2	2	2
3	■	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	■	9	■

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bruno José Agostinho Cardoso

Número: 43919 Curso: MIEC

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

0/2

- [a] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [b] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [c] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [☒] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- [a] Nenhuma é sobrejectiva.
- [☒] Nenhuma é injectiva.
- [c] Todas são sobrejectivas.
- [d] Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

0/2

- [a] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [b] f é bijectiva.
- [c] g é bijectiva .
- [☒] f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [a] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [b] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [c] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [■] Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

0/2

- ☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☒ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- ■ a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ☒ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- ☐ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- ☐ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

0/2

- ☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ☒ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- ☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- ☐ a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ■ b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☒ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Bruno Miguel Martins Castelo - 42851 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+158/1/46+

Departamento de Matemática **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	[x] 1
2	[x] 2	2	2	2
3	3	3	3	3
[x] 4	4	4	4	4
5	5	5	[x] 5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	[x] 8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bruno Miguel Martins Castelo

Número: 42851 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] c Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] b Todas são sobrejectivas.
- [ ] d Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] c g é bijectiva .
- [ ] b f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] d f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Bruno Miguel de Figueiredo Carvalho - 43787 - MIEI
Mark: 9/16 (total score: 9/16)

+142/1/18+

Departamento de Matemática | **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta | **07/05/2014** | **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0 0
1 1 1 1 1
2 2 2 2 2
3 ■ 3 3 3
■ 4 4 4 4
5 5 5 5 5
6 6 6 6 6
7 7 ■ 7 ■
8 8 8 ■ 8
9 9 9 9 9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bruno Carvalho

Número: 43787 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- ☐ Todas são injectivas.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ☐ Todas são sobrejectivas.
- ☒ Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- ☐ g é bijectiva .
- ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ■ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.
- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \rightarrow \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- [a] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [c] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [b] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [d] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [a] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [c] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [b] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [d] $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [a] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [c] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [b] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [d] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [a] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [b] $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [c] $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [d] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Bruno Miguel dos Santos Jorge - 39700 - MIEC
Mark: 3.5/16 (total score: 3.5/16)

+551/1/40+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bruno Miguel dos Santos Jorge

Número: 39700 Curso: MIEC

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- c $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- d $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- a Todas são injectivas.
- b Todas são sobrejectivas.
- c Nenhuma é sobrejectiva.
- d Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- a f é injectiva e g é sobrejectiva.
- b g é bijectiva .
- c f é bijectiva.
- d f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- a Apenas duas aplicações são invertíveis.
- b Apenas uma das aplicações é invertível.
- c Quatro das aplicações são invertíveis.
- d Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Bruno Ricardo Forte Fernandes - 42200 - MIEI
Mark: 8.5/16 (total score: 8.5/16)

+308/1/46+

Departamento de Matemática | **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta | **07/05/2014** | **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	■	■
1	1	1	1	1
2	■	■	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bruno Ricardo Forte Fernandes

Número: 42200 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ☐ b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☐ d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ■ Todas são injectivas.
- ☐ c Nenhuma é sobrejectiva.
- ☐ b Todas são sobrejectivas.
- ☒ Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- ■ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ c f é bijectiva.
- ☐ b g é bijectiva .
- ☐ d f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ a Nenhuma das aplicações é invertível.
- ☐ c Apenas uma das aplicações é invertível.
- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ d Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Bárbara Maria Assunção da Silveira - 43153 - MIEI
Mark: 2.5/16 (total score: 2.5/16)

+212/1/58+

Departamento de Matemática | **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**

Matemática Discreta | **07/05/2014** | **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bárbara Xaria Assunção da Silveira

Número: 43153 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

0/2

- a $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- c $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- b $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- a Nenhuma é sobrejectiva.
- c Nenhuma é injectiva.
- b Todas são sobrejectivas.
- d Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- a f é sobrejectiva e g é injectiva.
- c f é injectiva e g é sobrejectiva.
- b f é bijectiva.
- d g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- a Apenas uma das aplicações é invertível.
- c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- b Nenhuma das aplicações é invertível.
- d Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

0/2

- a) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- c) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- b) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- d) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- a) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- c) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- d) $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

0/2

- a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- a) $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- b) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- c) $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- d) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Carlos Duarte Tavares de Oliveira - 43796 - MIEI
Mark: 5/16 (total score: 5/16)

+320/1/22+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	■	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	■
7	7	■	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	■	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: CARLOS DUARTE TAVARES OLIVEIRA

Número: 43796 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ■ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- ☐ Todas são injectivas.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ☐ Todas são sobrejectivas.
- ☒ Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

0/2

- ☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ g é bijectiva .
- ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ☐ f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- ☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ■ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

0/2

- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbf{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbf{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Carlos Filipe Gonçalves Lopes - 43346 - MIEI
Mark: 1/16 (total score: 1/16)

+507/1/8+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Carlos Filipe Gonçalves Lopes

Número: 43346 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] b Todas são injectivas.
- [ ] c Todas são sobrejectivas.
- [ ] d Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [ ] a f é bijectiva.
- [ ] b g é bijectiva .
- [ ] c f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] b Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] c Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2.3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Catarina Isabel Gouveia Lopes - 31567 - MIEA/ESA
Mark: 10/16 (total score: 10/16)

+176/1/10+

Departamento de Matemática | Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
Matemática Discreta | 07/05/2014 | 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Catarina Lopes

Número: 31567 Curso: MiEA

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

0/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [x] c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- [ ] a Todas são sobrejectivas.
- [ ] c Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] b Todas são injectivas.
- [x] d Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a g é bijectiva .
- [ ] c f é bijectiva.
- [ ] b f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [x] d f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] d Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

0/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.