Luis Alberto dos Santos Néné Baptista - 42622 - MIEI
Mark: 6/16 (total score: 6/16)

+382/1/18+

**Departamento de Matemática**
**Matemática Discreta**

**Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
**07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Luís Baptista

Número: 42622 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] c $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] d $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- [ ] a Nenhuma é injectiva.
- [x] b Todas são sobrejectivas.
- [ ] c Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] d Todas são injectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $g$ é bijectiva .
- [ ] b $f$ é bijectiva.
- [x] c $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] d $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] b Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g o f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Luis Duarte Martins Bastos De Oliveira - 41894 - MIEI
Mark: 6/16 (total score: 6/16)

+402/1/38+

Departamento de Matemática | Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
Matemática Discreta | 07/05/2014 | 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

←— Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Luis Duarte Martins Bastos de Oliveira

Número: 41894 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [x] a $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] c $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- [ ] a Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] c Nenhuma é injectiva.
- [ ] b Todas são injectivas.
- [x] d Todas são sobrejectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [x] a $g$ é bijectiva .
- [x] c $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] b $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] d $f$ é bijectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] c Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] b Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] d Apenas duas aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

-0.5/2

- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Luis Miguel Braz de Melo - 43876 - MIEI
Mark: 5/16 (total score: 5/16)

+495/1/32+



DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | ■ | 3 | 3 | 3 |
| ■ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | ■ |
| 7 | 7 | 7 | ■ | 7 |
| 8 | 8 | ■ | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Luis Miguel Braz de Melo

Número: 43876 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- ☐ a $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ■ b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ☐ c $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☐ d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

0/2

- ☐ a Todas são sobrejectivas.
- ☐ b Todas são injectivas.
- ☒ c Nenhuma é injectiva.
- ☐ d Nenhuma é sobrejectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- ■ a $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- ☒ b $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- ☐ c $f$ é bijectiva.
- ☐ d $g$ é bijectiva .

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1,2\}$ no conjunto $Y = \{a,b\}$.

0/2

- ☐ a Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☐ b Nenhuma das aplicações é invertível.
- ☒ c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ d Apenas uma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

0/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

-0.5/2

- [x] a $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] c $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Lukasz Maslanka - 42647 - MIEEC
Mark: 6.5/16 (total score: 6.5/16)

+547/1/48+

**Departamento de Matemática** | **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
**Matemática Discreta** | **07/05/2014** | **2º Teste**

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: MASLANKA LUKASZ

Número: 42647 Curso: MIEEC

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

Whatever subsets A and B from X

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$. ?
- [x] b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$. ?
- [ ] c $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

finite set X with cardinality greater than 1 (no. of elem.)

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$: $f : P(X) \to X$

-0.5/2

- [ ] a Todas são injectivas. (All injective)
- [ ] b Nenhuma é sobrejectiva. (None surjective)
- [x] c Todas são sobrejectivas. (All are surjective)
- [ ] d Nenhuma é injectiva. (None injective)

Whatever functions; $g o f$ is bijective

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então: (then)

-0.5/2

- [ ] a $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva. (surjective and injective)
- [ ] b $g$ é bijectiva .
- [x] c $f$ é bijectiva. ?
- [ ] d $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

all funct. from X → Y

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Quatro das aplicações são invertíveis. (4 of them are invertible)
- [ ] b Apenas uma das aplicações é invertível. (Only 1 is invertible)
- [x] c Apenas duas aplicações são invertíveis. (only 2 are invertible)
- [ ] d Nenhuma das aplicações é invertível. (none is invertible)

$g \circ f = id_X$

+547/2/47+

Consider function  defined by

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

The function  is invertible if  is the function defined by

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Consider set $\Delta$ inductively defined by the rules

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Let $\Delta$ be the set defined in previous exercise  consider function

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$

defined by equation

definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

0/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

the induction over $\mathbb{N}_0$ can be formalize according

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

is property

2/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

**Questão 9**  is defined recursively by:

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Prove that:

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**

Write equation that recursively defined the function  to each element w

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

zeros(w) = number of times that 0 occurs in w

Luís Carlos Neves da Luz - 37173 - MIEC
Mark: 9.5/16 (total score: 9.5/16)

+149/1/4+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0 0
1 1 1 1 1
2 2 2 2 2
3 3 3 3 3
4 4 4 4 4
5 5 5 5 5
6 6 6 6 6
7 7 7 7 7
8 8 8 8 8
9 9 9 9 9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: LUÍS CARLOS NEVES DA LUZ

Número: 37173 Curso: MIEC

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- [ ] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

0/2

- [ ] a Todas são injectivas.
- [ ] c Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Nenhuma é injectiva.
- [ ] d Todas são sobrejectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [x] $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] b $g$ é bijectiva .
- [ ] d $f$ é bijectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☒ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

☒ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

☐ c $\Delta = \{\emptyset\}$.

☐ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

☐ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

0/2

☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☒ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

☒ a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Luís Filipe Ribeiro Martins - 42579 - MIEI
Mark: 3.5/16 (total score: 3.5/16)

+506/1/10+



DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Luís Filipe Ribeiro Martins

Número: 42579 Curso: M.I.E.I

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Todas são injectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [ ] $f$ é bijectiva.
- [x] $g$ é bijectiva .
- [ ] $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.

-0.5/2

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2/2

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

-0.5/2

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

-0.5/2

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Luís Guilherme Fernandes Correia - 42832 - MIEI
Mark: 6/16 (total score: 6/16)

+226/1/30+

**Departamento de Matemática** **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
**Matemática Discreta** **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Luís Guilherme Fernandes Correia

Número: 42832 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- c $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- a Nenhuma é sobrejectiva.
- c Nenhuma é injectiva.
- b Todas são injectivas.
- d Todas são sobrejectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- a $f$ é bijectiva.
- c $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- b $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- d $g$ é bijectiva .

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- a Apenas duas aplicações são invertíveis.
- c Apenas uma das aplicações é invertível.
- b Quatro das aplicações são invertíveis.
- d Nenhuma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [a] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [c] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [b] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [X] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [a] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [c] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [b] $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [X] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [a] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [c] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [X] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [X] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [a] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [X] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [c] $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [d] $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Luís José Monteiro Guerra - 42493 - MIEC
Mark: 7/16 (total score: 7/16)

+604/1/54+

**Departamento de Matemática** **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
**Matemática Discreta** **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Luís José Monteiro Guerra

Número: 42493 Curso: MIEC

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

0/2

- [ ] a $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

0/2

- [ ] a Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] c Nenhuma é injectiva.
- [ ] b Todas são sobrejectivas.
- [ ] d Todas são injectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $g$ é bijectiva .
- [x] c $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] b $f$ é bijectiva.
- [ ] d $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] d Apenas duas aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

-0.5/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Luís Pedro Rodrigues Abreu - 43322 - MIEI
Mark: 10/16 (total score: 10/16)

+153/1/56+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

[0] [0] [0] [0] [0]
[1] [1] [1] [1] [1]
[2] [2] [2] [2] [2]
[3] [3] [3] [3] [3]
[4] [4] [4] [4] [4]
[5] [5] [5] [5] [5]
[6] [6] [6] [6] [6]
[7] [7] [7] [7] [7]
[8] [8] [8] [8] [8]
[9] [9] [9] [9] [9]

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: LUIS PEDRO RODRIGUES ABREU

Número: 43322 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

0/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] d $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

0/2

- [x] a Nenhuma é injectiva.
- [ ] c Todas são sobrejectivas.
- [ ] b Todas são injectivas.
- [ ] d Nenhuma é sobrejectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $g$ é bijectiva .
- [ ] c $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [x] b $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] d $f$ é bijectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] b Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] d Apenas uma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- ☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☒ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- ☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☐ c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ☐ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- ☒ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

0/2

- ☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- ☒ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- ☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- ☐ a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☒ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Maksym Tarkivskyy Mykolaevich - 32494 - MIEGI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+222/1/38+

**Departamento de Matemática** **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
**Matemática Discreta** **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0 0
1 1 1 1 1
2 2 2 2 2
3 3 3 3 3
4 4 4 4 4
5 5 5 5 5
6 6 6 6 6
7 7 7 7 7
8 8 8 8 8
9 9 9 9 9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Maksym Tarkivskyy

Número: 32494 Curso: MIEGI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [x] b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [x] c $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- [ ] a Todas são injectivas.
- [x] b Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] c Nenhuma é injectiva.
- [ ] d Todas são sobrejectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [x] b $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] c $g$ é bijectiva .
- [ ] d $f$ é bijectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] b Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] d Nenhuma das aplicações é invertível.

2/2

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

2/2

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

2/2

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

2/2

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Manuel Duarte Ribeiro da Cruz - 42551 - MIEI
Mark: 16/16 (total score: 16/16)

+327/1/8+

**Departamento de Matemática**
**Matemática Discreta**

**Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
**07/05/2014**
**2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | ■ |
| 2 | ■ | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| ■ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | ■ | ■ | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Manuel Duarte Ribeiro da Cruz

Número: 42551 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [x] a $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- [ ] a Todas são sobrejectivas.
- [x] b Nenhuma é injectiva.
- [ ] c Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] d Todas são injectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $f$ é bijectiva.
- [ ] b $g$ é bijectiva .
- [x] c $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] d $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [x] a Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] b Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] c Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] d Nenhuma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Manuel Edmundo Anacleto Gomes - 40886 - MIEC
Mark: 1/16 (total score: 1/16)

+372/1/38+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | ■ | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| ■ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | ■ |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | ■ | ■ | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ......Manuel Edmundo Anacleto Gomes......

.............................................................

Número: ....40886.......... Curso: ...MIEC...........

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

0/2

- ☐ Todas são injectivas.
- ☒ Nenhuma é injectiva.
- ☐ Todas são sobrejectivas.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- ■ $g$ é bijectiva .
- ☒ $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- ☐ $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- ☐ $f$ é bijectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

0/2

- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.
- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.

1 2 3 4

1 2 3 4

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

0/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

0/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

0/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Manuel Patrício Pereira - 43303 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+243/1/56+

**Departamento de Matemática** **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
**Matemática Discreta** **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Manuel Patrício Pereira

Número: 43303 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [x] d $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- [x] a Nenhuma é injectiva.
- [ ] b Todas são sobrejectivas.
- [ ] c Todas são injectivas.
- [ ] d Nenhuma é sobrejectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $g$ é bijectiva .
- [x] b $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] c $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] d $f$ é bijectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] b Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] c Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] d Apenas duas aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Manuel de La Cueva Couto Henriques - 42546 - MIEI
Mark: 7/16 (total score: 7/16)

+302/1/58+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | ■ | 2 | 2 | 2 |
| ■ | 4 | 4 | ■ | 4 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 5 | 5 | ■ | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | ■ |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Manuel de La Cueva Couto Henriques

Número: 42546 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

0/2

- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- [x] Nenhuma é injectiva.
- [■] Todas são injectivas.
- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [ ] $g$ é bijectiva.
- [■] $f$ é bijectiva.
- [ ] $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [x] $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [■] Apenas duas aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

0/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Marcelo Filipe Cantinho Ramos - 43099 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+524/1/34+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Marcelo Ramos

Número: 43099 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são injectivas.
- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [x] $g$ é bijectiva .
- [ ] $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] $f$ é bijectiva.
- [ ] $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \, o \, f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- ☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☒ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- ☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☐ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- ☒ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- ☐ d $\Delta = \{\emptyset\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- ☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- ☒ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- ☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- ☐ a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- ☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- ☒ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- ☐ d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Marco António de Sousa Pedro - 42835 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+313/1/36+

**Departamento de Matemática**
**Matemática Discreta**

**Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
**07/05/2014**
**2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | ■ | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | ■ | 3 |
| ■ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | ■ |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | ■ | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Marco António de Sousa Pedro

Número: 42835 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] Todas são injectivas.
- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] $f$ é bijectiva.
- [x] $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] $g$ é bijectiva .
- [ ] $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Maria Adriana Neto Fonseca - 42728 - MIEI
Mark: 3.5/16 (total score: 3.5/16)

+36/1/50+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | ■ | 2 | ■ | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| ■ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | ■ | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | ■ |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Mª Adriana Fonseca

Número: 42728 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- ■ Todas são sobrejectivas.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ☐ Todas são injectivas.
- ☒ Nenhuma é injectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- ☐ $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- ☐ $g$ é bijectiva .
- ☒ $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- ■ $f$ é bijectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.
- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.
- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

-0.5/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.
- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

**Questão 9**

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Maria Beatriz de Sá Nogueira Lalanda Gonçalves - 42094 - MIEI
Mark: 16/16 (total score: 16/16)

+69/1/44+

**Departamento de Matemática** **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
**Matemática Discreta** **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | ■ | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | ■ | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| ■ | 4 | 4 | 4 | ■ |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | ■ | 9 |

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: MARIA BEATRIZ DE SÁ NOGUEIRA LALANDA GONÇALVES

Número: 42094 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- [ ] Todas são injectivas.
- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] $f$ é bijectiva.
- [ ] $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] $g$ é bijectiva .
- [x] $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

2/2

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Maria Carolina Lopes Pereira Salvo - 42919 - MIEI
Mark: 14/16 (total score: 14/16)

+298/1/6+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Maria Carolina Lopes Pereira Salvo

Número: 42919 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

0/2

- [ ] a $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- [ ] a Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] b Todas são sobrejectivas.
- [ ] c Todas são injectivas.
- [x] d Nenhuma é injectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] b $f$ é bijectiva.
- [x] c $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] d $g$ é bijectiva .

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [x] a Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Maria Inês Capela Serra - 43285 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)



**Departamento de Matemática**
**Matemática Discreta**

**Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
**07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Maria Inês Capela Serra

Número: 43285 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- [x] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- [ ] a Todas são sobrejectivas.
- [ ] c Todas são injectivas.
- [ ] b Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] d Nenhuma é injectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $f$ é bijectiva.
- [ ] c $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] b $g$ é bijectiva .
- [x] d $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] b Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] d Apenas duas aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.