Mariana Araújo Cabeda - 43103 - MIEI
Mark: 7/16 (total score: 7/16)

+67/1/48+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Mariana Araújo Cabeda

Número: 43103 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

0/2

- ☐ a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☒ b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ☐ c $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☐ d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ☐ a Todas são sobrejectivas.
- ☒ b Nenhuma é injectiva.
- ■ c Nenhuma é sobrejectiva.
- ☐ d Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- ☐ a g é bijectiva .
- ☐ b f é bijectiva.
- ☐ c f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ☒ d f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ a Apenas uma das aplicações é invertível.
- ☐ b Nenhuma das aplicações é invertível.
- ☐ c Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☒ d Apenas duas aplicações são invertíveis.

0/2

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

2/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

-0.5/2

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \; f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Miguel Afonso Madeira - 43832 - MIEI
Mark: 11.5/16 (total score: 11.5/16)

+245/1/52+

Departamento de Matemática — **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta — **07/05/2014** — **2° Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	■
3	■	3	■	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	■	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel Afonso Madeira

Número: 43832 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [x] c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- [ ] a Todas são sobrejectivas.
- [ ] b Todas são injectivas.
- [ ] c Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] d Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a g é bijectiva .
- [ ] b f é bijectiva.
- [ ] c f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [x] d f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] b Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] d Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [a] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [c] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [b] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [X] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [a] $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [c] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots \}$.
- [X] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [d] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [a] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [c] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [X] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [d] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- [a] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [b] $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [X] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [X] $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Miguel André dos Santos Loureiro - 42613 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+83/1/16+

Departamento de Matemática **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0 0
1 1 1 1 1
2 2 2 2 2
3 3 3 3 3
4 4 4 4 4
5 5 5 5 5
6 6 6 6 6
7 7 7 7 7
8 8 8 8 8
9 9 9 9 9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel André dos Santos Loureiro

Número: 42613 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [x] a $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- [ ] a Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] c Todas são injectivas.
- [x] b Nenhuma é injectiva.
- [ ] d Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] c g é bijectiva .
- [x] b f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] d f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] b Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Miguel Cosme Leitão Pino - 43642 - MIEI
Mark: 6.5/16 (total score: 6.5/16)

+392/1/58+

Departamento de Matemática **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel Cosme Leitão Pino

Número: 43642 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [a] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [b] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [■] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [d] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [☒] Nenhuma é injectiva.
- [■] Todas são sobrejectivas.
- [c] Nenhuma é sobrejectiva.
- [d] Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

0/2

- [☒] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [b] g é bijectiva .
- [c] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [d] f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- [a] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [☒] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [c] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [■] Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Miguel David Fonseca Perestrelo Favila Figueira - 43394 - MIEI
Mark: 6.5/16 (total score: 6.5/16)

+497/1/28+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel David Fonseca Perestrelo Favila Figueira

Número: 43394 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ☐ c $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☐ b $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ■ Todas são injectivas.
- ☐ c Todas são sobrejectivas.
- ☒ Nenhuma é injectiva.
- ☐ d Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

0/2

- ☐ a f é bijectiva.
- ☐ c g é bijectiva .
- ☐ b f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ c Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☐ b Nenhuma das aplicações é invertível.
- ☐ d Apenas uma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbf{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbf{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Miguel Grou de Castro - 41669 - MIEI
Mark: 3.5/16 (total score: 3.5/16)

+406/1/30+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	■	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	■	■	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	■

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel Grou do Castro

Número: 41669 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ☐ a $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ b $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☒ c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ■ d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ☐ a Todas são sobrejectivas.
- ■ b Nenhuma é sobrejectiva.
- ☐ c Todas são injectivas.
- ☒ d Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- ☐ a f é bijectiva.
- ☐ b g é bijectiva .
- ☒ c f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ■ d f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- ☒ a Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ■ b Apenas uma das aplicações é invertível.
- ☐ c Nenhuma das aplicações é invertível.
- ☐ d Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- ☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☒ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- ☐ a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ☒ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- ☐ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☐ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- ☒ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- ☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- ■ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- ☐ a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- ☒ b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- ☐ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- ☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Miguel João Tomé de Faria - 41905 - MIEI
Mark: 7.5/16 (total score: 7.5/16)

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	■	0
1	■	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	■
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	■	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel João Tomé de Faria

Número: 41905 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

0/2

- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [x] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são injectivas.
- [x] Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] f é bijectiva.
- [ ] g é bijectiva .
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

0/2

- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

0/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\quad \oplus(A, \emptyset) = A \quad$ e $\quad \oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\quad \forall n \in \mathbb{N}_0\; f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Miguel Pires Egídio Reis - 43125 - MIEI
Mark: 3.5/16 (total score: 3.5/16)

+385/1/12+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel Pires Egídio Reis

Número: 43125 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Todas são injectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] f é bijectiva.
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] g é bijectiva .
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Miguel Vieira Rodrigues Rosa - 42090 - MIEI
Mark: 6/16 (total score: 6/16)

+34/1/54+

Departamento de Matemática | **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta | **07/05/2014** | **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel Vieira Rodrigues Rosa

Número: 42090 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] c $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] d $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [x] a Todas são sobrejectivas.
- [ ] b Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] c Todas são injectivas.
- [ ] d Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [ ] a f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] b g é bijectiva .
- [x] c f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] d f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [x] a Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] b Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] d Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- [a] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [c] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [b] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [d] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- [a] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [c] $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [b] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [d] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [a] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [c] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [b] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [d] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [a] $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [b] $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [c] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [d] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Miguel de Lemos Dias Rosa Anciães - 43367 - MIEI
Mark: 7/16 (total score: 7/16)

+489/1/44+

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	■	■	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	■	6
7	7	7	7	■
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel de Lemos Dias Rosa Anciães

Número: 43367 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Todas são injectivas.
- [x] Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [ ] g é bijectiva .
- [ ] f é bijectiva.
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [x] f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

0/2

- ☒ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- ☐ a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ☐ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- ☐ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☒ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- ☒ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- ☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- ☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- ☒ a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☒ b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Miguel Ângelo Leal Pereira - 43858 - MIEI
Mark: 3.5/16 (total score: 3.5/16)

+395/1/52+

Departamento de Matemática **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel Ângelo Leal Pereira

Número: 43858 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [ ] Todas são injectivas.
- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [x] Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] g é bijectiva .
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- [x] $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.
- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.
- [ ] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Miguel Ângelo Nicolau Fialho - 42784 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+74/1/34+

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	■	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	■
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	■	7	7
8	8	8	■	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel Ângelo Nicolau Fialho

Número: 42784 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ☒ Nenhuma é injectiva.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ☐ Todas são injectivas.
- ■ Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- ■ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ g é bijectiva .
- ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ☐ f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.
- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- ☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☒ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- ☐ a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ☐ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☐ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- ☒ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- ☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ☒ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- ☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- ☐ a $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☒ c $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbf{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbf{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Miguel Ângelo da Silva Martins Amado dos Santos - 42989 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+177/1/8+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	■	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	■	8
9	9	■	9	■

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Miguel Angelo da Silva Martins Amado dos Santos

Número: 42989 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [x] c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [ ] a Todas são sobrejectivas.
- [ ] c Todas são injectivas.
- [x] b Nenhuma é injectiva.
- [ ] d Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [x] c f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] b g é bijectiva .
- [ ] d f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [x] a Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

2/2

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

-0.5/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

2/2

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\,(P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\,(P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\,(P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\,(P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Mário Rui Pires Ratto Tavares Bello - 41687 - MIEI
Mark: 1.5/16 (total score: 1.5/16)

[redacted]

+31/1/60+

Departamento de Matemática **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	■	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	■	6	6
7	7	7	7	■
8	8	8	■	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Mário Rui Pires Ratto Tavares Bello

Número: 41687 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ☐ b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☐ c $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ d $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ☒ Nenhuma é injectiva.
- ■ Todas são sobrejectivas.
- ☐ c Todas são injectivas.
- ☐ d Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- ☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ b f é bijectiva.
- ☐ c g é bijectiva .
- ■ f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- ■ Apenas uma das aplicações é invertível.
- ☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ c Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☐ d Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

0/2

- [a] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [c] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [b] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [d] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- [a] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [c] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [b] $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [d] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [a] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [c] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [b] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [d] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- [a] $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [b] $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [c] $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [d] $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Nara Patricia Pinto Pereira Fanha - 43127 - MIEI
Mark: 8.5/16 (total score: 8.5/16)

+374/1/34+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Nara Patrícia Pinto Pereira Fanha

Número: 43127 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ☒ Nenhuma é injectiva.
- ☐ Todas são sobrejectivas.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ■ Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- ■ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ☐ g é bijectiva .
- ☐ f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.
- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

2/2

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

-0.5/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

2/2

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Nelson Jorge Fernandes Martins - 42030 - MIEI
Mark: 8.5/16 (total score: 8.5/16)

[redacted]

+511/1/60+

Departamento de Matemática — **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**

Matemática Discreta — **07/05/2014** — **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	■	0	■
1	1	1	1	1
2	■	2	2	2
3	3	3	■	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Nelson Jorge Fernandes Martins

Número: .... Curso: ....

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [a] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [b] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [c] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [■] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- [a] Todas são injectivas.
- [b] Nenhuma é sobrejectiva.
- [c] Todas são sobrejectivas.
- [■] Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [■] g é bijectiva .
- [b] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [c] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [d] f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [a] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [b] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [■] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [d] Apenas uma das aplicações é invertível.

[redacted]

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Nuno Filipe Sobral de Carvalho - 41910 - MIEI
Mark: 3.5/16 (total score: 3.5/16)

+500/1/22+

Departamento de Matemática **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**

Matemática Discreta **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Nuno Filipe Sobral de Carvalho

Número: 41910 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [ ] a $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [x] c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [ ] a Todas são injectivas.
- [x] b Nenhuma é injectiva.
- [ ] c Todas são sobrejectivas.
- [ ] d Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a g é bijectiva .
- [ ] b f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [x] c f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] d f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] b Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- ☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- ■ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- ☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- ■ $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ☐ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- ☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- ■ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- ☐ a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ■ $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Nuno Gonçalo Sales Barreto das Neves Coelho - 42844 - MIEI
Mark: -0.5/16 (total score: -0.5/16)

+330/1/2+

Departamento de Matemática | Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
Matemática Discreta | 07/05/2014 | 2° Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Nuno Gonçalo Sales Barreto Das Neves Coelho

Número: 42844 Curso: M.I.E.I.

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- a) $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- b) $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- c) $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- d) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- a) Todas são injectivas.
- b) Nenhuma é injectiva.
- c) Nenhuma é sobrejectiva.
- d) Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

0/2

- a) f é injectiva e g é sobrejectiva.
- b) g é bijectiva .
- c) f é bijectiva.
- d) f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- a) Nenhuma das aplicações é invertível.
- b) Quatro das aplicações são invertíveis.
- c) Apenas uma das aplicações é invertível.
- d) Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Nuno Miguel Peres Fernandes - 41728 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+240/1/2+

Departamento de Matemática

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL

Matemática Discreta

07/05/2014

2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

0	0	0	0	0
1	■	1	1	1
2	2	2	■	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	■	7	7
8	8	8	8	■
9	9	9	9	9

Nome: Nuno Miguel Peres Fernandes

Número: 41728 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [ ] a $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- [ ] a Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] b Nenhuma é injectiva.
- [ ] c Todas são sobrejectivas.
- [ ] d Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [x] a f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] b g é bijectiva .
- [ ] c f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] d f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] b Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] d Nenhuma das aplicações é invertível.

2/2

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

2/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

2/2

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Otelo Marques Gois de Magalhães - 41969 - MIEI
Mark: 1/16 (total score: 1/16)

não entregou Pergunta 9 nem 10!

[redacted]

+241/1/60+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Otelo Magalhães

Número: 41969 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- d $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ■ Nenhuma é sobrejectiva.
- b Todas são sobrejectivas.
- ☒ Nenhuma é injectiva.
- d Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- a f é bijectiva.
- ■ f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- d g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- a Nenhuma das aplicações é invertível.
- ☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- c Apenas uma das aplicações é invertível.
- ■ Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- b $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbf{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbf{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.