Patricia Sofia Assunção Leal - 42655 - MIEI
Mark: 9/16 (total score: 9/16)

+84/1/14+

Departamento de Matemática **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Patrícia Sofia A. Leal

Número: 42655 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [ ] a $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [x] d $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [ ] a Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] b Todas são sobrejectivas.
- [x] c Todas são injectivas.
- [ ] d Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [ ] a f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] b f é bijectiva.
- [x] c f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] d g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [x] a Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] b Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] d Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

0/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbf{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbf{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Paulo André Adriano Aires - 42992 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

Departamento de Matemática | **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**

Matemática Discreta | **07/05/2014** | **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	■	2	2	■
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	■	■	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Paulo André Adriano Aires

Número: 42992 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [x] a $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] c $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] b $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- [ ] a Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] c Nenhuma é injectiva.
- [ ] b Todas são injectivas.
- [ ] d Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [x] a f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] c f é bijectiva.
- [ ] b f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] d g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] c Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] d Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- ☒ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- ☐ a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ☒ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- ☐ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☐ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- ☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ☒ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- ☒ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- ☒ a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Paulo Jorge Almeida dos Anjos - 42771 - MIEI
Mark: 9/16 (total score: 9/16)

+211/1/60+

Departamento de Matemática — **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta — **07/05/2014** — **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Paulo Jorge Almeida dos Anjos

Número: 42771 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [x] a $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- [ ] a Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] c Todas são injectivas.
- [ ] b Nenhuma é injectiva.
- [ ] d Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a f é bijectiva.
- [x] c f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] b g é bijectiva .
- [ ] d f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [x] a Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$. $2 + 2n + 1$

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Paulo Jorge Sena Figueira - 43268 - MIEI
Mark: 8.5/16 (total score: 8.5/16)

+101/1/40+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Paulo Jorge Sena Figueira

Número: 43268 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] d $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [ ] a Nenhuma é injectiva.
- [x] c Todas são injectivas.
- [ ] b Todas são sobrejectivas.
- [ ] d Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [ ] a f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] c f é bijectiva.
- [ ] b g é bijectiva .
- [x] d f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] b Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Pedro Daniel da Ressurreição Costa - 42559 - MIEI
Mark: 11.5/16 (total score: 11.5/16)

+68/1/46+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL

07/05/2014 **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	■	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	■	■	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	■

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Pedro Daniel da Ressurreição Costa

Número: 42559 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

0/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] c $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [ ] a Nenhuma é injectiva.
- [ ] b Todas são injectivas.
- [x] c Todas são sobrejectivas.
- [ ] d Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [x] a f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] b f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] c g é bijectiva .
- [ ] d f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] d Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [x] a $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Pedro Gonçalo Silva Casola - 34639 - MIEC
Mark: 3.5/16 (total score: 3.5/16)

+160/1/42+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Pedro Gonçalo Silva Casola

Número: 34639 Curso: MIEC

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ■ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ☒ Nenhuma é injectiva.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ■ Todas são sobrejectivas.
- ☐ Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- ☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ g é bijectiva .
- ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ■ f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.
- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

■ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

☐ c $\Delta = \{\emptyset\}$.

■ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

■ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

☐ a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

■ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbf{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbf{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Pedro Manuel Lima E Silva - 44362 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+373/1/36+

Departamento de Matemática **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	■
3	3	■	3	3
■	■	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	■	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Pedro Manuel Lima e Silva

Número: 44362 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] c $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [x] d $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- [x] a Nenhuma é injectiva.
- [ ] c Todas são injectivas.
- [ ] b Todas são sobrejectivas.
- [ ] d Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a f é bijectiva.
- [x] c f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] b f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] d g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] b Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] d Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- ☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☒ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- ☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- ☐ c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ■ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☒ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- ☒ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- ☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- ☐ a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☒ b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Pedro Miguel Castanheira Sanches - 41599 - MIEI
Mark: 9.5/16 (total score: 9.5/16)

+151/1/60+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	■	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	■	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	■	■

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Pedro Miguel Castanheira Sanches

Número: 41599 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [ ] a $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [x] c $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- [ ] a Todas são sobrejectivas.
- [ ] b Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] c Todas são injectivas.
- [x] d Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a g é bijectiva .
- [ ] b f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] c f é bijectiva.
- [x] d f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

0/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Pedro Miguel Lima de Jesus Vieira - 42610 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+97/1/48+

Departamento de Matemática **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**

Matemática Discreta **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	■
1	1	1	■	1
2	■	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	■	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Pedro Vieira

Número: 42610 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ☐ Todas são injectivas.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ■ Todas são sobrejectivas.
- ☒ Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- ■ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ☐ g é bijectiva .
- ☐ f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.
- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.
- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.

2/2

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

☒ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

☐ b $\Delta = \{\emptyset\}$.

☐ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

☒ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

2/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☒ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

2/2

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☒ a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\,(P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0\,(P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ c $\forall n \in \mathbb{N}_0\,(P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\,(P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\; f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Pedro Miguel Mimoso Lopes Ferreira da Silva - 43291 - MIEI
Mark: 9/16 (total score: 9/16)

+228/1/26+

Departamento de Matemática | **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta | **07/05/2014** | **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	■
2	2	■	2	2
3	■	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	■	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Pedro Miguel Mimoso Lopes Ferreira da Silva

Número: 43291 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] c $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] d $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- [ ] a Todas são sobrejectivas.
- [ ] b Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] c Todas são injectivas.
- [x] d Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a f é bijectiva.
- [ ] b f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [x] c f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] d g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] d Apenas uma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- ☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ■ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- ■ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- ☐ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- ☐ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☐ d $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- ☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- ☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ■ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- ☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- ☐ a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ■ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Pedro Miguel Parreira Moreira - 43768 - MIEC
Mark: -1.5/16 (total score: -1.5/16)

+170/1/22+

Departamento de Matemática **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: PEDRO MIGUEL PARREIRA MOREIRA

Número: 43768 Curso: MIEC

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- c $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- b $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ☒ Nenhuma é injectiva.
- ■ Todas são sobrejectivas.
- b Nenhuma é sobrejectiva.
- d Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- a f é sobrejectiva e g é injectiva.
- c g é bijectiva .
- ■ f é bijectiva.
- ☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- a Nenhuma das aplicações é invertível.
- ■ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- d Apenas uma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- ■ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- ■ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- ☐ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☐ b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\quad \oplus(A, \emptyset) = A \quad$ e $\quad \oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- ☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- ■ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- ☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- ■ $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\quad \forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Pedro Miguel Pereira Ferreira Fernandes - 43323 - MIEI
Mark: 8.5/16 (total score: 8.5/16)

+168/1/26+

Departamento de Matemática **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	■	2
3	■	■	3	■
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Pedro Fernandes

Número: 43323 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [a] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [b] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [c] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [d] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [a] Nenhuma é injectiva.
- [b] Todas são sobrejectivas.
- [c] Nenhuma é sobrejectiva.
- [d] Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [a] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [b] f é bijectiva.
- [c] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [d] g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [a] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [b] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [c] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [d] Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Pedro Miguel Roberto Cheira - 43128 - MIEI
Mark: 7/16 (total score: 7/16)

+155/1/52+

Departamento de Matemática | **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta | **07/05/2014** | **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	■	1	1
2	2	2	■	2
3	■	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	■
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Pedro Miguel Roberto Cheira

Número: 43128 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [ ] a $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [x] d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- [ ] a Todas são injectivas.
- [ ] b Todas são sobrejectivas.
- [ ] c Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] d Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a g é bijectiva .
- [ ] b f é bijectiva.
- [ ] c f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [x] d f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] b Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] c Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] d Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

0/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

0/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n+1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Pedro Miguel Sousa Lopes - 42487 - MIEI
Mark: 11.5/16 (total score: 11.5/16)

+82/1/18+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Pedro Miguel Sousa Lopes

Número: 42487 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

0/2

- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [ ] Todas são injectivas.
- [x] Nenhuma é injectiva.
- [x] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] f é bijectiva.
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A,B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \; f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Pedro Rafael Marques Ferreira - 42614 - MIEI
Mark: 11.5/16 (total score: 11.5/16)

+70/1/42+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Pedro Rafael Marques Ferreira

Número: 42614 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

0/2

- a) $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- b) $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- c) $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- d) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- a) Nenhuma é injectiva.
- b) Todas são sobrejectivas.
- c) Nenhuma é sobrejectiva.
- d) Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- a) f é bijectiva.
- b) g é bijectiva .
- c) f é sobrejectiva e g é injectiva.
- d) f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- a) Apenas uma das aplicações é invertível.
- b) Nenhuma das aplicações é invertível.
- c) Quatro das aplicações são invertíveis.
- d) Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Pedro Samuel Soares Teopisto - 42466 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+99/1/44+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Pedro Samuel Soares Teopisto

Número: 42466 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☐ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ■ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- ■ Nenhuma é injectiva.
- ☐ Todas são sobrejectivas.
- ☐ Todas são injectivas.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- ☐ f é bijectiva.
- ☐ g é bijectiva .
- ■ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.
- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.
- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \; f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Pedro Ákos Horváth Filipe da Costa - 43130 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+283/1/36+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Pedro Ákos Horváth Filipe da Costa

Número: 43130 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são injectivas.
- [x] Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] g é bijectiva .
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- ☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- ☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☐ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- ☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- ☐ d $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- ☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- ☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- ☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Rafael Alexandre de Oliveira Florêncio - 43829 - MIEI
Mark: 6.5/16 (total score: 6.5/16)

+321/1/20+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Rafael Alexandre Florêncio

Número: 43829 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- [ ] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Todas são injectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] g é bijectiva .
- [ ] f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Rafael Salgado Seara - 43176 - MIEI
Mark: 8.5/16 (total score: 8.5/16)

+32/1/58+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Rafael Salgado Seara

Número: 43176 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [x] Todas são injectivas.
- [ ] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] g é bijectiva .
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- [ ] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- [ ] $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Raquel Duarte Macedo - 43310 - MIEI
Mark: 16/16 (total score: 16/16)

+28/1/6+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL

07/05/2014

2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	■
1	1	1	■	1
2	2	2	2	2
3	■	■	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Raquel Duarte Macedo

Número: 43310 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [x] b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- [x] a Nenhuma é injectiva.
- [ ] b Todas são sobrejectivas.
- [ ] c Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] d Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] b g é bijectiva .
- [x] c f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] d f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] c Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] d Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- ☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☒ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- ☐ a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ☒ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- ☐ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☐ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- ☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- ☒ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- ☐ a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☒ b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.