



Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/05/2014
 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Simão Pedro Correia de Oliveira Pimenta

Número: 41624 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 0/2
- | | |
|---|--|
| ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B)).$ | ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B).$ |
| ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B).$ | ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B)).$ |

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- 0/2
- | | |
|--|--|
| ☒ Nenhuma é injectiva. | ☐ Nenhuma é sobrejectiva. |
| ☐ Todas são sobrejectivas. | ☐ Todas são injectivas. |

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 0.5/2
- | | |
|---|--|
| ☐ f é bijectiva. | ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva. |
| ☒ f é injectiva e g é sobrejectiva. | ☒ g é bijectiva. |

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 0.5/2
- | | |
|---|--|
| ☐ Nenhuma das aplicações é invertível. | ☐ Apenas uma das aplicações é invertível. |
| ☒ Apenas duas aplicações são invertíveis. | ☒ Quatro das aplicações são invertíveis. |



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ $\Delta = \{\emptyset\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



+161/1/40+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ... Simão Pedro Nogueira ...
Carvalho ...
 Número: ... 42578 ... Curso: ... MIEI ...

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 2/2
- | | |
|---|---|
| ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B)).$ | ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B).$ |
| ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B).$ | ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B)).$ |

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- 0.5/2
- | | |
|--|--|
| ☒ Nenhuma é injectiva. | ☐ Todas são injectivas. |
| ☒ Todas são sobrejectivas. | ☐ Nenhuma é sobrejectiva. |

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 2/2
- | | |
|---|--|
| ☒ f é injectiva e g é sobrejectiva. | ☐ f é bijectiva. |
| ☐ g é bijectiva. | ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva. |

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 2/2
- | | |
|---|--|
| ☒ Apenas duas aplicações são invertíveis. | ☐ Apenas uma das aplicações é invertível. |
| ☐ Nenhuma das aplicações é invertível. | ☐ Quatro das aplicações são invertíveis. |



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ $\Delta = \{\emptyset\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1		1	1	1
2	2	2	2	
3	3	3	3	3
	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6		6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9		9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ...Sérgio Fernando Martins Borges...
 ...Gutierrez...
 Número: ...41962... Curso: ...MIEI...

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

☒ Nenhuma é injectiva.

☐ Todas são injectivas.

☒ Todas são sobrejectivas.

☐ Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

☐ g é bijectiva.

☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.

☐ f é bijectiva.

☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

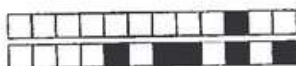
Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.

☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

☐ Quatro das aplicações são invertíveis.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \dots\}$. ☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset\}$. ☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



+236/1/10+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3			3	3
	4	4	4	4
5	5	5		
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ..Sérgio...Filipe...Freire...Rodrigues.....

Número: ..43355..... Curso: ..MIEI.....

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

☐ Todas são injectivas.

☐ Todas são sobrejectivas.

☐ Nenhuma é sobrejectiva.

☒ Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.

☐ f é bijectiva.

☐ g é bijectiva.

☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.

☐ Quatro das aplicações são invertíveis.

☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

☐ Nenhuma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☒ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☒ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

☐ c $\Delta = \{\emptyset\}$.

☐ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☐ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☒ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☐ a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ c $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tiago André Gonçalves Castanho

Número: 42444 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

☒ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B)).$

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B)).$

☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B).$

☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B).$

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

☒ Todas são sobrejectivas.

☒ Nenhuma é injectiva.

☐ Nenhuma é sobrejectiva.

☐ Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

☐ g é bijectiva.

☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.

☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

☐ f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

☐ Quatro das aplicações são invertíveis.

☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.

☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

☐ Apenas uma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ $\Delta = \{\emptyset\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \dots\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: *Tiago Dias*

Número: *43048* Curso: *MIEI*

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

☒ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B)).$

☐ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B).$

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B)).$

☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B).$

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

☒ Nenhuma é injectiva.

☐ Todas são sobrejectivas.

☐ Nenhuma é sobrejectiva.

☐ Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

☐ f é bijectiva.

☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.

☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

☐ g é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

☐ Quatro das aplicações são invertíveis.

☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.

☐ Apenas uma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ $\Delta = \{\emptyset\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \dots\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3			3	3
	4	4	4	
5	5	5	5	5
6	6	6		6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tiago José Franco de Sousa

Número: 43364 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B)).$

☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B).$

☒ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B)).$

☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B).$

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

☐ Todas são sobrejectivas.

☒ Todas são injectivas.

☒ Nenhuma é injectiva.

☐ Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

☒ f é sobrejectiva e g é injectiva.

☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

☐ g é bijectiva.

☐ f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.

☐ Quatro das aplicações são invertíveis.

☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

☐ Nenhuma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☒ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ a $\Delta = \{\emptyset\}$.

☐ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☒ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

☐ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\{\emptyset\}\}\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☒ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☒ a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



+289/1/24+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	☒
1	1	1	1	1
2	☒	2	2	2
3	3	3	3	3
☒	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	☒	6
7	7	7	7	7
8	8	☒	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tiago Luís Fernandes Lemos

Número: 42860 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B)).$

☒ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B)).$

☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B).$

☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B).$

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

☒ Nenhuma é injectiva.

☐ Nenhuma é sobrejectiva.

☐ Todas são injectivas.

☐ Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.

☐ g é bijectiva.

☐ f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.

☐ Quatro das aplicações são invertíveis.

☒ Apenas uma das aplicações é invertível.

☐ Nenhuma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ $\Delta = \{\emptyset\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

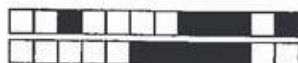
Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : W \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de W (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



+541/1/60+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tiago Manuel Ribeiro Francisco

Número: 41602 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 2/2
- | | |
|--|---|
| ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$. | ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$. |
| ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$. | ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$. |

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- 0/2
- | | |
|--|---|
| ☐ Todas são injectivas. | ☐ Nenhuma é sobrejectiva. |
| ☒ Nenhuma é injectiva. | ☐ Todas são sobrejectivas. |

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 2/2
- | | |
|---|--|
| ☐ f é bijectiva. | ☐ g é bijectiva. |
| ☒ f é injectiva e g é sobrejectiva. | ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva. |

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 0.5/2
- | | |
|---|--|
| ☒ Apenas duas aplicações são invertíveis. | ☒ Nenhuma das aplicações é invertível. |
| ☐ Quatro das aplicações são invertíveis. | ☐ Apenas uma das aplicações é invertível. |



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



+398/1/46+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tiago Santo
Número: 43799 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B)).$

☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B).$

☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B).$

☒ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B)).$

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

☒ Todas são injectivas.

☒ Nenhuma é injectiva.

☐ Todas são sobrejectivas.

☐ Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

☐ g é bijectiva.

☐ f é bijectiva.

☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

☒ f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.

☐ Quatro das aplicações são invertíveis.

☐ Nenhuma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$. ☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}, \dots\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



+529/1/24+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tomás Boto dos Santos Eloy

Número: 43867 Curso: Civil

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

☒ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

☒ Todas são injectivas.

☐ Todas são sobrejectivas.

☒ Nenhuma é injectiva.

☐ Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

☒ g é bijectiva.

☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

☐ f é bijectiva.

☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.

☒ Apenas uma das aplicações é invertível.

☐ Quatro das aplicações são invertíveis.

☐ Nenhuma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ $\Delta = \{\emptyset\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☒ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$f(0) = 1$
 $f(n+1) = 2 + f(n)$

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : W \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de W (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



+371/1/40+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2		2	2	2
3	3	3	3	3
	4	4	4	4
5	5	5		5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8		8	8
9	9	9	9	

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tomás Maria Garriapa Correia da
Fonseca
 Número: 42859 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

☐ Todas são sobrejectivas.

☒ Todas são injectivas.

☒ Nenhuma é injectiva.

☐ Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

☐ g é bijectiva.

☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

☐ f é bijectiva.

☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

☐ Quatro das aplicações são invertíveis.

☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.

☒ Apenas uma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ $\Delta = \{\emptyset\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \dots\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



+388/1/6+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0		
1		1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6		6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tomás Moura da Silva Ribeiro

Número: 41600 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B)).$

☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B).$

☒ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B).$

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B)).$

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

☒ Todas são sobrejectivas.

☐ Nenhuma é sobrejectiva.

☒ Nenhuma é injectiva.

☐ Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

☐ g é bijectiva.

☒ f é bijectiva.

☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

☒ Apenas uma das aplicações é invertível.

☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.

☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

☐ Quatro das aplicações são invertíveis.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \dots\}$. ☐ $\Delta = \{\emptyset\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$. ☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

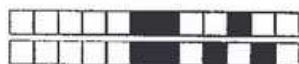
Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função zeros : $\mathcal{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathcal{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tânia Sofia Brás Ferreira

Número: 42468 Curso: Miei

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

☒ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

☐ Todas são injectivas.

☒ Nenhuma é injectiva.

☐ Todas são sobrejectivas.

☐ Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

☐ g é bijectiva.

☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.

☐ f é bijectiva.

☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

☐ Quatro das aplicações são invertíveis.

☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \dots\}$. ☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset\}$. ☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Vanessa Sofia Martins Lopes

Número: 42708 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

☒ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

☐ Todas são injectivas.

☒ Nenhuma é sobrejectiva.

☒ Nenhuma é injectiva.

☐ Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.

☐ f é bijectiva.

☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

☐ g é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.

☐ Quatro das aplicações são invertíveis.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ $\Delta = \{\emptyset\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : W \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de W (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



+537/1/8+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Vitor Miguel Martins Cardoso

Número: 41682 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A) \cap f^{-1}(f(B)))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

☒ Todas são sobrejectivas.

☐ Nenhuma é sobrejectiva.

☐ Todas são injectivas.

☒ Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.

☒ f é bijectiva.

☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

☐ g é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

☒ Quatro das aplicações são invertíveis.

☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☐ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset\}$.

☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

☐ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☐ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☒ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

☐ $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .