



+162/1/38+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Antônio José Gonçalves Costa Silva

Número: 43381 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1).$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 3.

☒ 4.

☐ 1.

☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ 99.

☐ 100.

☐ Nenhum dos valores mencionados.

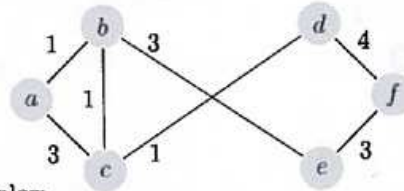
☐ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ A Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☒ B Nenhuma das restantes alíneas.
☐ C Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☐ D Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



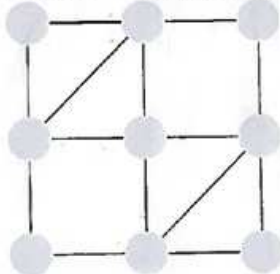
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ A 9. ☐ B 10. ☐ C 11. ☐ D 7.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ A d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☒ B e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ C c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☐ D d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☒ A Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☐ C Nenhum dos grafos é euleriano.
☒ B G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano. ☐ D G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+328/1/6+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: António Miguel Amaral Cochicho Ramalho
Número: 42767 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$. ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$. ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1). ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).
☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1). ☐ (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

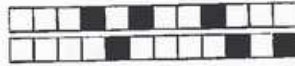
- ☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G . ☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .
☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G . ☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☒ 4. ☐ 2. ☒ 1. ☐ 3.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

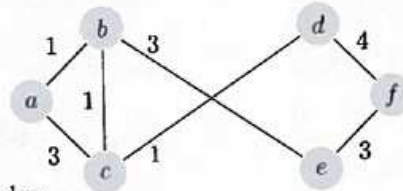
- ☐ 100. ☐ 98.
☒ 99. ☒ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☒ b) Nenhuma das restantes alíneas.
☒ c) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☐ d) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



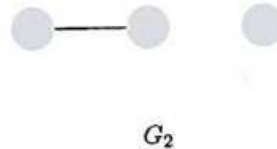
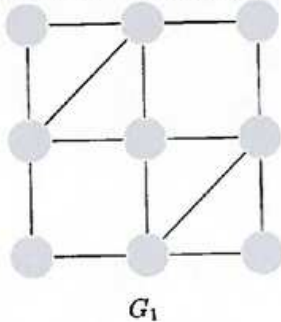
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ a) 10. ☐ b) 7. ☒ c) 9. ☐ d) 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ a) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ b) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ c) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☐ d) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ a) Nenhum dos grafos é euleriano. ☐ b) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
☐ c) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☒ d) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+365/1/52+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014
3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: António Pedro Crato Roque

Número: 42909 Curso: M.I.EI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 2.

☐ 1.

☒ 4.

☐ 3.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ 99.

☐ 98.

☐ Nenhum dos valores mencionados.

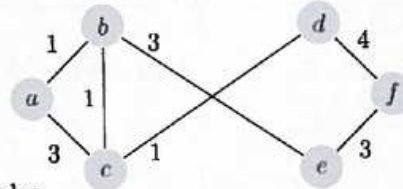
☐ 100.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes aléneas.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



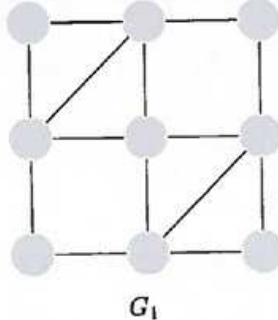
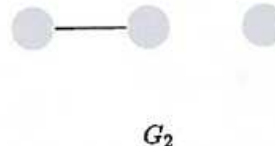
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 7. ☐ 11. ☐ 10. ☒ 9.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:

 G_1  G_2

- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+249/1/44+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	☒
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	☒	3	3	3
☒	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	☒	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	☒	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ... Beatriz Viegas de Oliveira ...

Número: ... 43680 ... Curso: ... MIEC ...

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 1.

☐ 3.

☐ 2.

☒ 4.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ Nenhum dos valores mencionados.

☒ 99.

☐ 100.

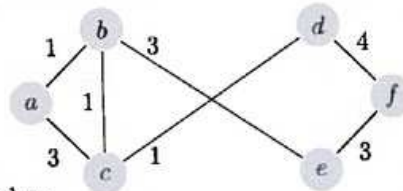
☐ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



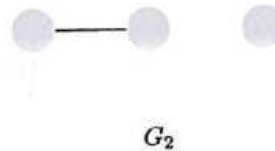
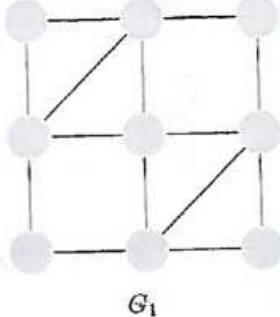
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ 10. ☐ 11. ☒ 9. ☐ 7.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+190/1/42+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Beatriz da Costa Pinto Norberto

Número: 42653 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ a $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ c $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☐ b $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ d $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ a (1, 2, 2, 3).

☒ b (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ c (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ d (6, 4, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☒ a 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ c 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ b 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ d 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ a 1.

☐ b 2.

☐ c 3.

☒ d 4.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ a Nenhum dos valores mencionados.

☐ c 98.

☒ b 99.

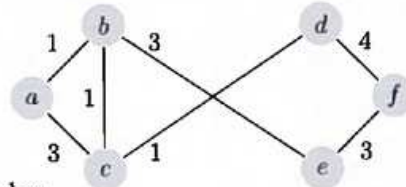
☐ d 100.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☒ b) Nenhuma das restantes afirmações.
- ☐ c) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ d) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



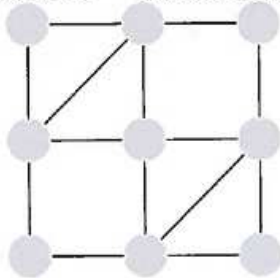
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ a) 7.
- ☐ b) 11.
- ☐ c) 10.
- ☒ d) 9.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ a) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ b) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☐ c) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☒ d) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☒ a) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ b) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☒ c) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☐ d) Nenhum dos grafos é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+378/1/26+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2		2	2	
3	3	3		3
	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7		7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bernardo Mendes P.
de O. Brito
Número: 42732 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1).$

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (1, 2, 2, 3).

☒ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 2.

☒ 3.

☒ 4.

☐ 1.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ 98.

☒ 99.

☒ Nenhum dos valores mencionados.

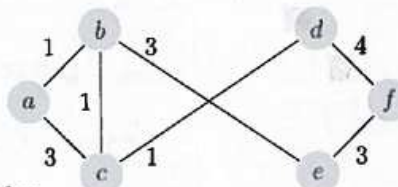
☐ 100.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



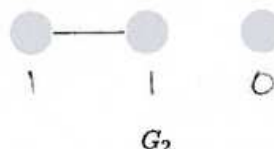
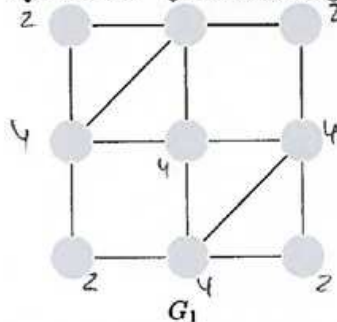
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ 9. ☐ 10. ☐ 11. ☐ 7.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
☐ Nenhum dos grafos é euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+251/1/40+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	☒	2	☒	2
3	3	3	3	3
☒	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	☒	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	☒

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ... Bernardo Rosário ...

Número: ... 42729 ... Curso: ... MIEI ...

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$ ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$ ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☐ (1, 2, 2, 3) ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1)
☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1) ☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1)

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

- ☒ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G ☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G
☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G ☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☐ 1 ☐ 3 ☐ 2 ☒ 4

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

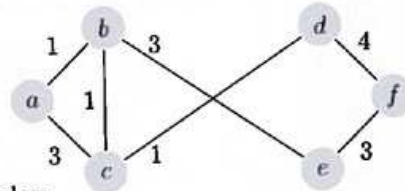
- ☐ 98 ☒ 99
☐ 100 ☒ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



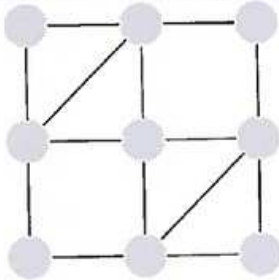
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 10. ☐ 7. ☐ 11. ☒ 9.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+420/1/2+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0		0	0
1	1	1	1	1
2		2	2	2
3	3	3	3	3
	4	4	4	
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7		7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: BRUNO A. M. DOS SANTOS

Número: 42074 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1).$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 3.

☐ 1.

☒ 4.

☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ 100.

☒ 99.

☐ Nenhum dos valores mencionados.

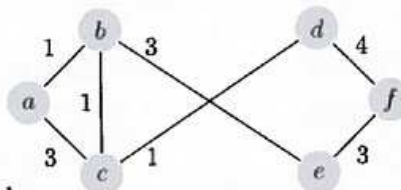
☐ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☐ b) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☐ c) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☒ d) Nenhuma das restantes alíneas.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



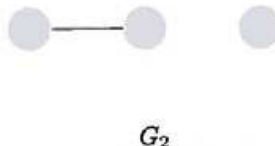
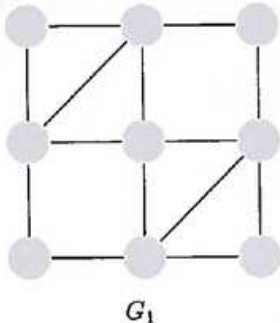
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ a) 9. ☐ b) 10. ☐ c) 11. ☐ d) 7.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ a) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ b) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☒ c) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☒ d) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ a) Nenhum dos grafos é euleriano. ☐ c) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
☐ b) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☒ d) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+97/1/48+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bruno Gabriel Andrade Ramires da Silva Jota

Número: 43277 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$ ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1).$ ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1). ☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).
☐ (1, 2, 2, 3). ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

- ☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G . ☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .
☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G . ☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☐ 3. ☐ 1. ☐ 2. ☒ 4.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

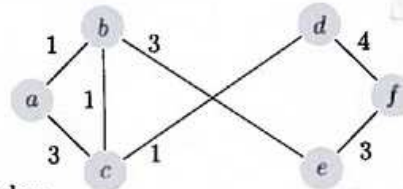
- ☒ 99. ☒ 98.
☐ 100. ☐ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ b) Nenhuma das restantes afirmações.
- ☒ c) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ d) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



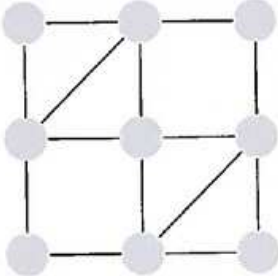
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ a) 11.
- ☒ b) 9.
- ☐ c) 10.
- ☐ d) 7.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ a) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ b) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ c) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☐ d) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ a) Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ b) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ c) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☐ d) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+248/1/46+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bruno José Agostinho Cardoso
Número: 43919 Curso: MIEC

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☐ a $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$. ☒ b $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.
☐ c $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$. ☐ d $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☐ a (1, 2, 2, 3). ☒ b (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).
☐ c (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1). ☐ d (6, 4, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

- ☐ a 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G . ☐ b 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .
☒ c 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G . ☐ d 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☐ a 3. ☒ b 1. ☒ c 4. ☐ d 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

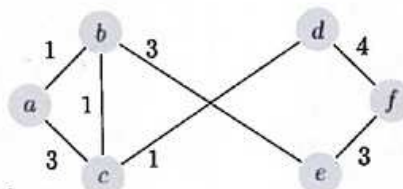
- ☐ a 100. ☐ b 98.
☐ c Nenhum dos valores mencionados. ☒ d 99.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☐ b) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ c) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ d) Nenhuma das restantes alíneas.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



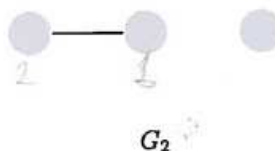
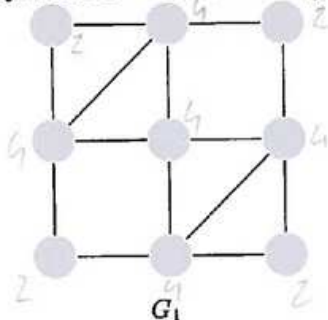
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ a) 7. ☒ b) 9. ☐ c) 11. ☐ d) 10.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ a) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☒ b) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ c) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☒ d) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ a) Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ b) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ c) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☐ d) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+96/1/50+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bruno Miguel Martins Castelo

Número: 42851 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 3.

☐ 2.

☒ 4.

☐ 1.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ Nenhum dos valores mencionados.

☒ 99.

☐ 98.

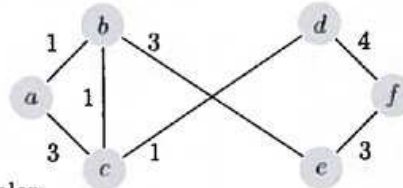
☐ 100.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



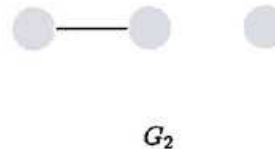
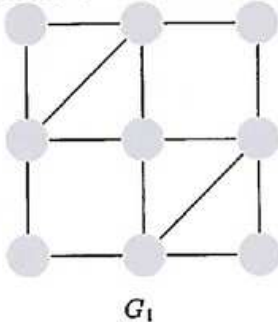
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 10. ☒ 7. ☒ 9. ☐ 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano. ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+240/1/2+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bruno Carvalho
 Número: 43787 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☐ a $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$. ☒ b $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.
☐ c $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$. ☐ d $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☒ a (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1). ☐ c (1, 2, 2, 3).
☐ b (6, 4, 2, 2, 1, 1). ☐ d (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

- ☒ a 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G . ☐ c 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .
☐ b 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G . ☐ d 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☐ a 2. ☒ b 1. ☐ c 3. ☒ d 4.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

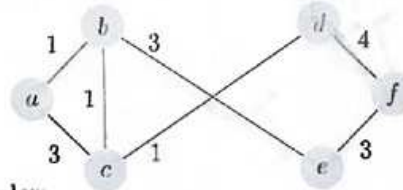
- ☐ a Nenhum dos valores mencionados. ☐ c 100.
☐ b 98. ☒ d 99.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☐ b) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☐ c) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☒ d) Nenhuma das restantes alíneas.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



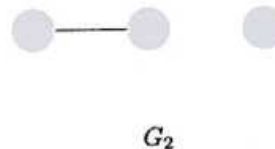
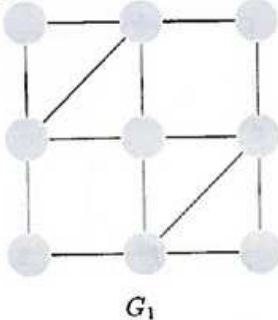
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ a) 11. ☒ b) 9. ☐ c) 7. ☐ d) 10.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ a) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☐ b) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☒ c) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☒ a) Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☒ b) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
☐ c) Nenhum dos grafos é euleriano. ☐ d) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+317/1/28+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bruno Miguel dos Santos Jorge
 Número: 39700 Curso: M.I.C.E.

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☒ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 3.

☒ 4.

☐ 1.

☒ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ 100.

☒ 99.

☐ 98.

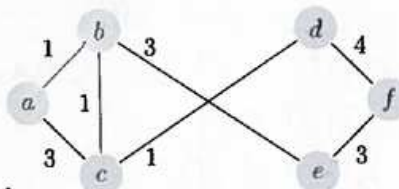
☐ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



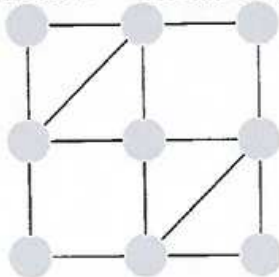
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 7. ☒ 10. ☒ 9. ☐ 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☒ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.

- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+167/1/28+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0		
1	1	1	1	1
2			2	2
3	3	3	3	3
	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Bruno Ricardo Forte Fernandes

Número: 42200 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$ ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1).$
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1).$ ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☐ (1, 2, 2, 3). ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).
☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1). ☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

- ☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G . ☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .
☒ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G . ☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☐ 3. ☐ 1. ☒ 4. ☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

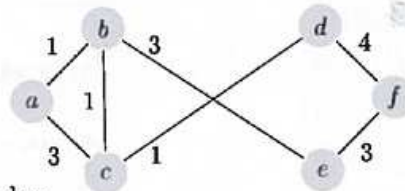
- ☐ 100. ☐ Nenhum dos valores mencionados.
☒ 99. ☐ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ b) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☒ c) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ d) Nenhuma das restantes alíneas.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



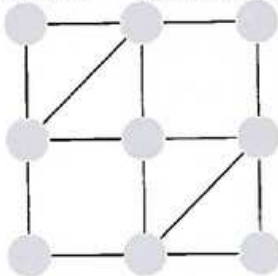
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ a) 7. ☒ b) 10. ☐ c) 11. ☒ d) 9.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ a) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☒ b) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ c) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☐ d) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ a) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☒ b) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ c) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☐ d) Nenhum dos grafos é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+170/1/22+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Barbara Silveira

Número: 43153 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ a) $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☒ b) $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ c) $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ d) $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ a) (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☒ b) (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ c) (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ d) (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☒ a) 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ b) 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ c) 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ d) 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ a) 2.

☒ b) 4.

☐ c) 1.

☐ d) 3.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ a) 99.

☐ b) 98.

☒ c) Nenhum dos valores mencionados.

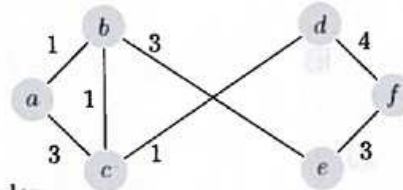
☐ d) 100.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☒ b) Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ c) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ d) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



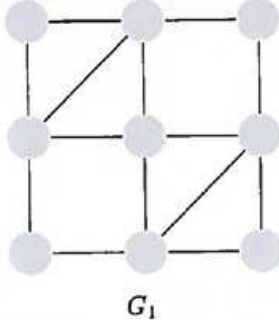
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ a) 11. ☐ b) 7. ☒ c) 9. ☐ d) 10.

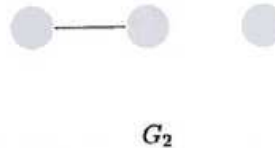
Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ a) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ b) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ c) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☒ a) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ b) Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ c) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☐ d) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.

$A^4_{ii} \neq 0 \Rightarrow$ significa que a diagonal principal da matriz de adjacências A não é nula, assim como $4 = n =$ de vértices $= k$. ~~talvez seja a máxima~~
Como $k = 4$ (ou seja, máxima que pode chegar neste digrafo) e como a diagonal é não nula, então podemos concluir que G é fortemente conexo.



+92/1/58+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: CARLOS DUARTE TAVARES OLIVEIRA

Número: 43796 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☒ 4.

☐ 3.

☐ 1.

☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ Nenhum dos valores mencionados.

☒ 98.

☐ 100.

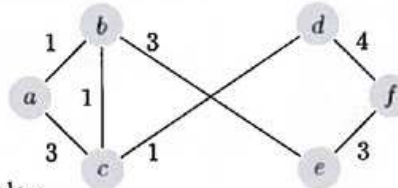
☒ 99.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.
☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



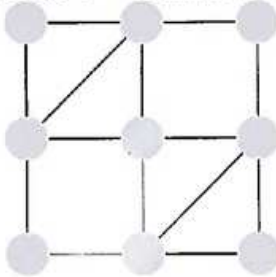
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ 9. ☐ 11. ☐ 10. ☐ 7.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1

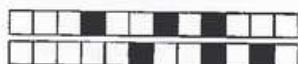


G_2

- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+296/1/10+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3			3	3
	4	4		4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Carlos Filipe Gonçalves Lopes

 Número: 43346 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

☒ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 2.

☒ 3.

☐ 1.

☒ 4.

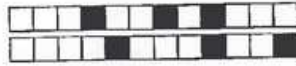
Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ Nenhum dos valores mencionados.

☐ 100.

☐ 98.

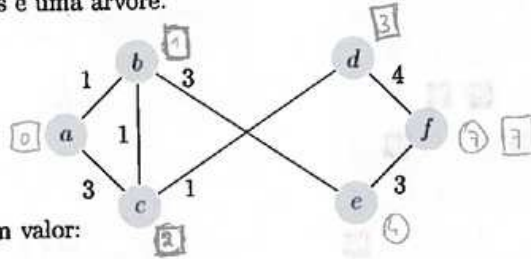
☒ 99.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☒ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



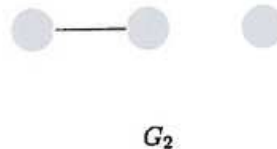
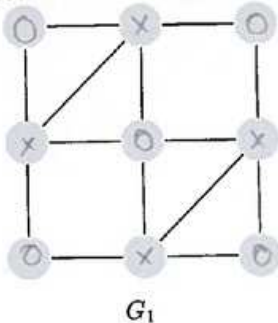
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 11. ☒ 9. ☒ 7. ☐ 10.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☒ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.

-0.5/2

-0.5/2

-0.5/2

2/2



Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	☒	1	1	1
2	2	2	2	2
☒	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	☒	5	5
6	6	6	☒	6
7	7	7	7	☒
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Catarina Lopes

Número: 31567 Curso: MIEA

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$ ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1).$ ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1). ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).
☐ (1, 2, 2, 3). ☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}.$

- ☒ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em $G.$ ☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em $G.$
☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em $G.$ ☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em $G.$

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☐ 1. ☐ 3. ☐ 2. ☒ 4.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

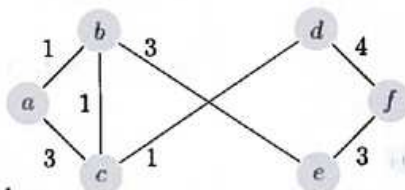
- ☐ Nenhum dos valores mencionados. ☒ 99.
☐ 100. ☒ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



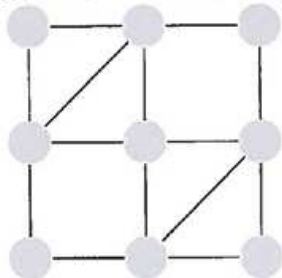
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ 10. ☐ 11. ☒ 9. ☐ 7.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	☒	2	2	2
3	3	3	3	☒
☒	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	☒	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	☒	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Celso Vassoler Bispo ✓

Número: 42693 ✓ Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1).$
- ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).
 ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).
- ☐ (1, 2, 2, 3).
 ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

- ☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .
 ☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .
- ☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .
 ☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☒ 1.
 ☒ 4.
 ☐ 3.
 ☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

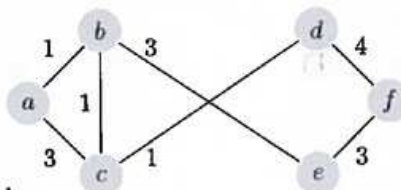
- ☒ 98.
 ☐ 100.
- ☒ 99.
 ☐ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☐ b) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☒ c) Nenhuma das restantes alíneas.
☐ d) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



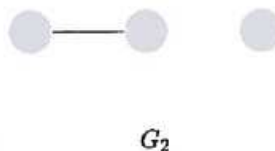
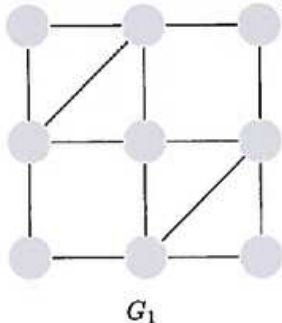
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ a) 9. ☐ b) 10. ☐ c) 7. ☐ d) 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ a) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ b) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☐ c) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ a) Nenhum dos grafos é euleriano. ☒ b) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
☐ c) Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☐ d) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+433/1/36+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Cláudio Idú Gomes Morais

Número: 42281 Curso: Informática

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$. ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$. ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1). ☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).
☐ (1, 2, 2, 3). ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

- ☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G . ☒ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .
☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G . ☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☐ 3. ☒ 4. ☒ 1. ☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

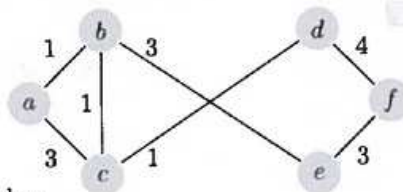
- ☒ Nenhum dos valores mencionados. ☐ 100.
☐ 98. ☒ 99.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.
☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



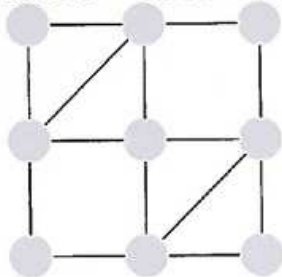
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ 7. ☐ 10. ☐ 11. ☒ 9.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☒ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.