

Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3º Teste

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

0	0	0	0	0
1	1	1	1	<input checked="" type="checkbox"/>
2	2	2	2	2
3	<input checked="" type="checkbox"/>	3	3	3
<input checked="" type="checkbox"/>	4	4	<input checked="" type="checkbox"/>	4
5	5	5	5	5
6	6	<input checked="" type="checkbox"/>	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Sara Mira Lidon

Número: 43641 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

**Questão 1** Seja  $G = (X, U)$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- a)  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$ .  c)  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$ .  
 b)  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$ .  d)  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$ .

**Questão 2** A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- a) (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).  c) (6, 4, 2, 2, 1, 1).  
 b) (1, 2, 2, 3).  d) (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

**Questão 3** Considere  $G = (X, U)$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

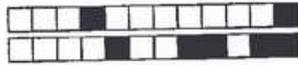
- a) 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .  c) 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  
 b) 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  d) 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .

**Questão 4** Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

- a) 4.  b) 3.  c) 2.  d) 1.

**Questão 5** Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

- a) 98.  c) 100.  
 b) Nenhum dos valores mencionados.  d) 99.

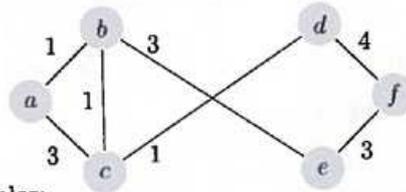


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.
- Nenhuma das restantes alíneas.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.

-0.5/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- 10.
- 9.
- 7.
- 11.

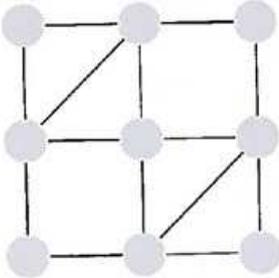
2/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.
- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

2/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



$G_2$

- $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.
- Nenhum dos grafos é euleriano.
- Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.

-0.5/2

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



+460/1/42+

Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	<input checked="" type="checkbox"/>	2	2	2
3	3	3	<input checked="" type="checkbox"/>	3
<input checked="" type="checkbox"/>	4	4	4	4
5	5	5	5	<input checked="" type="checkbox"/>
6	6	6	6	6
7	7	<input checked="" type="checkbox"/>	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Sebastião Duarte Silva Rangel  
Pamplona  
 Número: 42.735 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja  $G = (X, U)$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

2/2

- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$ .   $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1)$ .  
  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$ .   $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1)$ .

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

2/2

- (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).  (1, 2, 2, 3).  
 (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).  (6, 4, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere  $G = (X, U)$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

2/2

- 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .  1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  
 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .  2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .

Questão 4 Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

-0.5/2

2.  1.  4.  3.

Questão 5 Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

2/2

- Nenhum dos valores mencionados.  99.  
 100.  98.

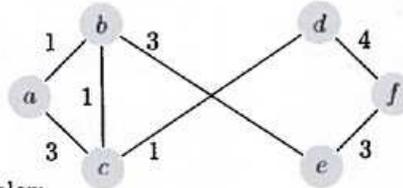


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- Nenhuma das restantes alíneas.

-0.5/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- 11.
- 10.
- 9.
- 7.

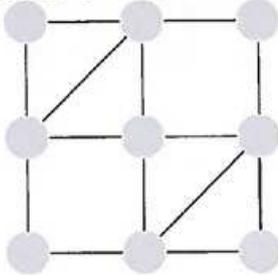
-0.5/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.
- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

2/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



$G_2$

- Nenhum dos grafos é euleriano.
- $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.
- $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.
- Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

-0.5/2

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	<input checked="" type="checkbox"/>	2	2	2
3	3	3	3	3
<input checked="" type="checkbox"/>	4	4	4	4
5	5	5	5	<input checked="" type="checkbox"/>
6	6	<input checked="" type="checkbox"/>	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	<input checked="" type="checkbox"/>	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Sebastião Salsinha

Número: 42695 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja  $G = (X, \mathcal{U})$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- 2/2
- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$    $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1).$   
  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$    $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- 2/2
- (6, 4, 2, 2, 1, 1).  (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).  
 (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).  (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere  $G = (X, \mathcal{U})$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

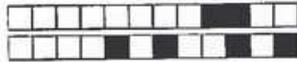
- 2/2
- 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .  2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  
 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .

Questão 4 Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

- 2/2
1.  2.  4.  3.

Questão 5 Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

- 2/2
100.  Nenhum dos valores mencionados.  
 99.  98.

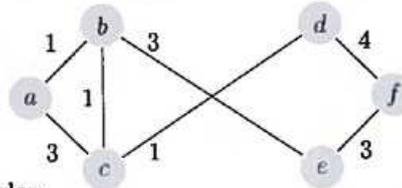


**Questão 6** Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- a** Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- b** Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.
- c** Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- d** Nenhuma das restantes alíneas.

-0.5/2

**Questão 7** Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- a** 9.
- b** 11.
- c** 10.
- d** 7.

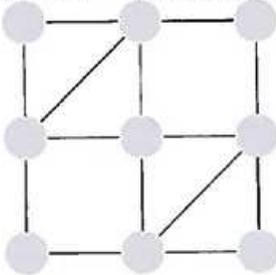
2/2

**Questão 8** Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- a**  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- b**  $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.
- c**  $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- d**  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

2/2

**Questão 9** Considere os grafos:



$G_1$



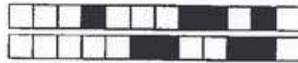
$G_2$

- a** Nenhum dos grafos é euleriano.
- b** Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- c**  $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.
- d**  $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.

-0.5/2

**Questão 10**

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3° Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	<input checked="" type="checkbox"/>
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	<input checked="" type="checkbox"/>	3	3	3
<input checked="" type="checkbox"/>	4	4	4	4
5	5	5	<input checked="" type="checkbox"/>	5
6	6	6	6	6
7	7	<input checked="" type="checkbox"/>	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Sebastião Sottomayor Moser  
Machado  
 Número: 43750 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja  $G = (X, \mathcal{U})$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$    $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1).$   
  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1).$    $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- (1, 2, 2, 3).  (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).  
 (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).  (6, 4, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere  $G = (X, \mathcal{U})$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

- 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .  
 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .

Questão 4 Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

4.  1.  2.  3.

Questão 5 Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

100.  98.  
 Nenhum dos valores mencionados.  99.

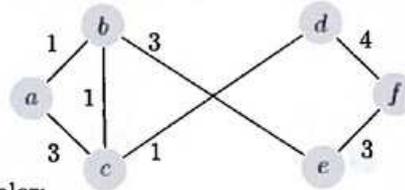


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- a) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- b) Nenhuma das restantes alíneas.
- c) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.
- d) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.

2/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- a) 11.
- b) 10.
- c) 9.
- d) 7.

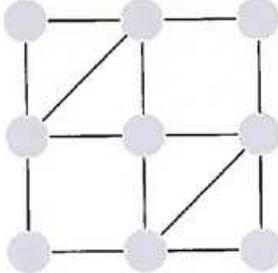
2/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- a)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- b)  $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.
- c)  $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- d)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

2/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



$G_2$

- a) Nenhum dos grafos é euleriano.
- b) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- c)  $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.
- d)  $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.

-0.5/2

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Simão Pedro Correia de Oliveira Pimenta

Número: 41624 Curso: M.I.E.I.

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja  $G = (X, U)$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- 2/2
- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1)$ .   $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1)$ .
- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$ .   $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$ .

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- 0.5/2
- (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).  (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).
- (1, 2, 2, 3).  (6, 4, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere  $G = (X, U)$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

- 2/2
- 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .  2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .
- 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .  1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .

Questão 4 Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

- 0.5/2
4.  2.  3.  1.

Questão 5 Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

- 2/2
100.  Nenhum dos valores mencionados.
98.  99.

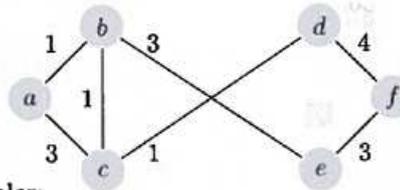


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- Nenhuma das restantes alíneas.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.

-0.5/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- 10.
- 9.
- 7.
- 11.

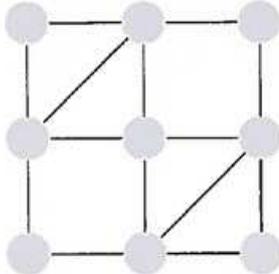
-0.5/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.
- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

-0.5/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



$G_2$

- $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.
- Nenhum dos grafos é euleriano.
- Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.

0/2

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	<input checked="" type="checkbox"/>	2	2	2
3	3	3	3	3
<input checked="" type="checkbox"/>	4	4	4	4
5	5	<input checked="" type="checkbox"/>	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	<input checked="" type="checkbox"/>	7
8	8	8	8	<input checked="" type="checkbox"/>
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Simão Pedro Nogueira  
Carvalho  
 Número: 42578 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja  $G = (X, U)$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- a)  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1)$ .  b)  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$ .  
 c)  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$ .  d)  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1)$ .

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- a) (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).  b) (1, 2, 2, 3).  
 c) (6, 4, 2, 2, 1, 1).  d) (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere  $G = (X, U)$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

- a) 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .  b) 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  
 c) 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  d) 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .

Questão 4 Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

- a) 3.  b) 1.  c) 4.  d) 2.

Questão 5 Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

- a) 98.  b) 100.  
 c) Nenhum dos valores mencionados.  d) 99.

2/2

2/2

2/2

2/2

2/2

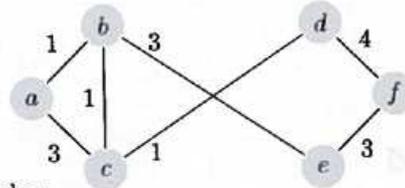


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- Nenhuma das restantes alíneas.

-0.5/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- a) 7.
- b) 11.
- c) 9.
- d) 10.

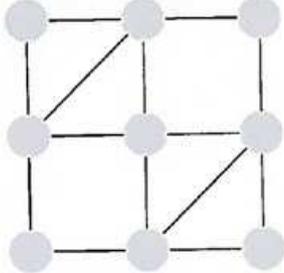
2/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- a)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- b)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- c)  $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.
- d)  $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

2/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



$G_2$

- a) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- b) Nenhum dos grafos é euleriano.
- c)  $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.
- d)  $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.

-0.5/2

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3º Teste

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

0	0	0	0	0
1	■	1	1	1
2	2	2	2	■
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	■	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	■	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Sérgio Fernando Martins Borges  
Gutierrez  
 Número: 41962 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

**Questão 1** Seja  $G = (X, U)$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- 2/2
- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$ .       | <input type="checkbox"/> $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1)$ .      |
| <input type="checkbox"/> $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1)$ . | <input checked="" type="checkbox"/> $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$ . |

**Questão 2** A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- 2/2
- |  |   |
|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1). | <input type="checkbox"/> (6, 4, 2, 2, 1, 1).    |
| <input type="checkbox"/> (1, 2, 2, 3).                     | <input type="checkbox"/> (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1). |

**Questão 3** Considere  $G = (X, U)$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

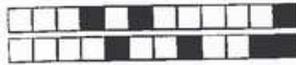
- 2/2
- |   |  |
|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em $G$ . | <input type="checkbox"/> 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em $G$ . |
| <input type="checkbox"/> 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em $G$ .            | <input type="checkbox"/> 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em $G$ . |

**Questão 4** Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

- 2/2
- |                             |                             |                             |  |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 2. | <input type="checkbox"/> 3. | <input type="checkbox"/> 1. | <input checked="" type="checkbox"/> 4. |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--|

**Questão 5** Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

- 0.5/2
- |                               |   |
|-------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 100. | <input checked="" type="checkbox"/> Nenhum dos valores mencionados. |
| <input type="checkbox"/> 98.  | <input checked="" type="checkbox"/> 99.                             |

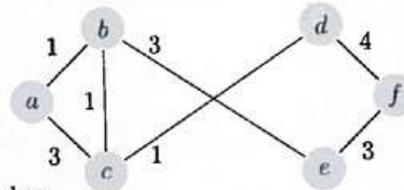


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- a) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.
- b) Nenhuma das restantes alíneas.
- c) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- d) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.

0/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- a) 11.
- b) 10.
- c) 7.
- d) 9.

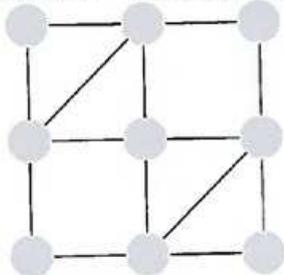
2/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- a)  $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- b)  $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.
- c)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- d)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

-0.5/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



$G_2$

- a) Nenhum dos grafos é euleriano.
- b)  $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.
- c)  $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.
- d) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

-0.5/2

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3º Teste

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	■	■	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	■	■
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Sérgio Filipe Freire Rodrigues

Número: 43355 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

**Questão 1** Seja  $G = (X, U)$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$
- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1).$
- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1).$
- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$

-0.5/2

**Questão 2** A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).
- (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).
- (6, 4, 2, 2, 1, 1).
- (1, 2, 2, 3).

2/2

**Questão 3** Considere  $G = (X, U)$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

- 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .
- 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .
- 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .
- 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .

2/2

**Questão 4** Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

-0.5/2

**Questão 5** Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

- 99.
- 98.
- 100.
- Nenhum dos valores mencionados.

0/2

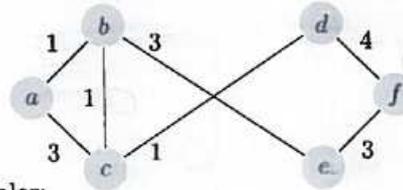


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.
- Nenhuma das restantes alíneas.

-0.5/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- 9.
- 11.
- 7.
- 10.

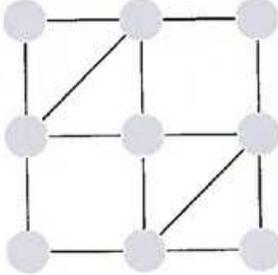
-0.5/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.
- $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

-0.5/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



$G_2$

- $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.
- $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.
- Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- Nenhum dos grafos é euleriano.

0/2

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	<input checked="" type="checkbox"/>	2	2	2
3	3	3	3	3
<input checked="" type="checkbox"/>	4	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tiago André Gonçalves Castanho.....  
 .....  
 Número: 42444..... Curso: MIEI.....

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

**Questão 1** Seja  $G = (X, U)$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- 2/2
- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1)$ .      | <input type="checkbox"/> $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$ .       |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$ . | <input type="checkbox"/> $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1)$ . |

**Questão 2** A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- 2/2
- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> (1, 2, 2, 3).                     | <input type="checkbox"/> (6, 4, 2, 2, 1, 1).    |
| <input checked="" type="checkbox"/> (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1). | <input type="checkbox"/> (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1). |

**Questão 3** Considere  $G = (X, U)$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

- 2/2
- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em $G$ . | <input type="checkbox"/> 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em $G$ .            |
| <input type="checkbox"/> 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em $G$ . | <input checked="" type="checkbox"/> 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em $G$ . |

**Questão 4** Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

- 2/2
- |                             |                             |                             |  |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 2. | <input type="checkbox"/> 1. | <input type="checkbox"/> 3. | <input checked="" type="checkbox"/> 4. |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--|

**Questão 5** Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

- 2/2
- |   |  |
|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 99. | <input type="checkbox"/> 100.                            |
| <input type="checkbox"/> 98.            | <input type="checkbox"/> Nenhum dos valores mencionados. |

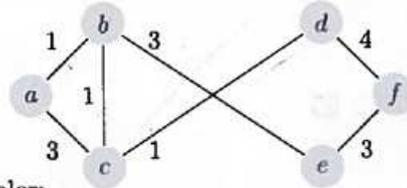


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- Nenhuma das restantes alternativas.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.

-0.5/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- 9.
- 11.
- 7.
- 10.

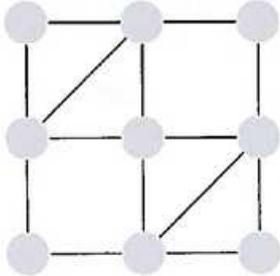
2/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.
- $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

2/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



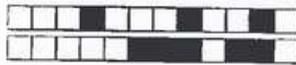
$G_2$

- Nenhum dos grafos é euleriano.
- $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.
- Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.

-0.5/2

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
07/06/2014  
3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	<input checked="" type="checkbox"/>	0	0
1	1	<input type="checkbox"/>	1	1
2	2	<input type="checkbox"/>	2	2
3	<input checked="" type="checkbox"/>	3	3	3
<input checked="" type="checkbox"/>	4	4	<input checked="" type="checkbox"/>	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	<input checked="" type="checkbox"/>
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: .....Tiago Dias.....  
.....  
Número: .....43048..... Curso: .....MIEI.....

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja  $G = (X, \mathcal{U})$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- 2/2
- |                            |                                     |                                       |                                     |
|----------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> a | $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$       | <input type="checkbox"/> c            | $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1).$ |
| <input type="checkbox"/> b | $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1).$ | <input checked="" type="checkbox"/> d | $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$       |

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- 2/2
- |                                       |                        |                            |                     |
|---------------------------------------|------------------------|----------------------------|---------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> a | (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1). | <input type="checkbox"/> c | (6, 4, 2, 2, 1, 1). |
| <input type="checkbox"/> b            | (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1). | <input type="checkbox"/> d | (1, 2, 2, 3).       |

Questão 3 Considere  $G = (X, \mathcal{U})$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

- 2/2
- |                                       |   |                            |   |
|---------------------------------------|---|----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> a            | 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em $G$ . | <input type="checkbox"/> c | 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em $G$ . |
| <input checked="" type="checkbox"/> b | 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em $G$ . | <input type="checkbox"/> d | 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em $G$ . |

Questão 4 Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

- 2/2
- |                            |    |                            |    |                            |    |                                       |    |
|----------------------------|----|----------------------------|----|----------------------------|----|---------------------------------------|----|
| <input type="checkbox"/> a | 2. | <input type="checkbox"/> b | 3. | <input type="checkbox"/> c | 1. | <input checked="" type="checkbox"/> d | 4. |
|----------------------------|----|----------------------------|----|----------------------------|----|---------------------------------------|----|

Questão 5 Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

- 2/2
- |                            |                                 |                                       |      |
|----------------------------|---------------------------------|---------------------------------------|------|
| <input type="checkbox"/> a | Nenhum dos valores mencionados. | <input checked="" type="checkbox"/> b | 99.  |
| <input type="checkbox"/> c | 98.                             | <input type="checkbox"/> d            | 100. |

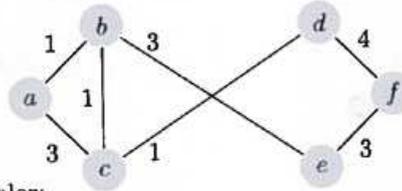


**Questão 6** Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- Nenhuma das restantes alíneas.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.

-0.5/2

**Questão 7** Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- a) 10.
- b) 11.
- c) 7.
- d) 9.

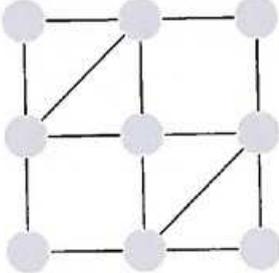
2/2

**Questão 8** Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- a)  $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.
- b)  $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- c)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- d)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

0/2

**Questão 9** Considere os grafos:



$G_1$



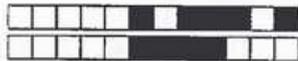
$G_2$

- a)  $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.
- b) Nenhum dos grafos é euleriano.
- c) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- d)  $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.

0/2

**Questão 10**

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	3	3
<input checked="" type="checkbox"/>	4	4	4	<input checked="" type="checkbox"/>
5	5	5	5	5
6	6	6	<input checked="" type="checkbox"/>	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ...Tiago... José... Franco... de... Sousa.....  
 .....  
 Número: ...43364..... Curso: MIEI.....

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja  $G = (X, \mathcal{U})$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- 2/2
- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$         $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1).$   
  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$         $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- 2/2
- (6, 4, 2, 2, 1, 1).       (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).  
 (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).       (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere  $G = (X, \mathcal{U})$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

- 2/2
- 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .       2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  
 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .       1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .

Questão 4 Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

- 2/2
4.       1.       2.       3.

Questão 5 Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

- 0.5/2
99.       100.  
 Nenhum dos valores mencionados.       98.

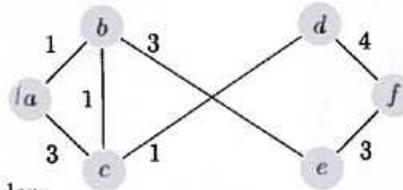


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- a) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- b) Nenhuma das restantes afirmações.
- c) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- d) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.

2/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- a) 9.
- b) 10.
- c) 7.
- d) 11.

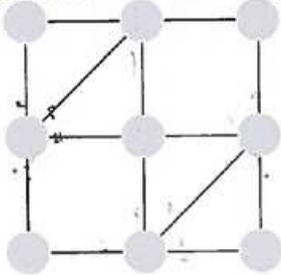
2/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- a)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- b)  $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.
- c)  $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- d)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

2/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



$G_2$

- a)  $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.
- b) Nenhum dos grafos é euleriano.
- c) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- d)  $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.

2/2

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3º Teste

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

0	0	0	0	■
1	1	1	1	1
2	■	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	■	6
7	7	7	7	7
8	8	■	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tiago Luís Fernandes Lemos

Número: 42860 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

**Questão 1** Seja  $G = (X, U)$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- 2/2
- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$            | <input type="checkbox"/> $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1).$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$ | <input type="checkbox"/> $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1).$ |

**Questão 2** A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- 2/2
- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> (6, 4, 2, 2, 1, 1).    | <input checked="" type="checkbox"/> (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1). |
| <input type="checkbox"/> (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1). | <input type="checkbox"/> (1, 2, 2, 3).                     |

**Questão 3** Considere  $G = (X, U)$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

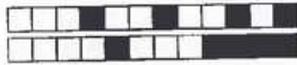
- 2/2
- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em $G$ .            | <input type="checkbox"/> 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em $G$ . |
| <input checked="" type="checkbox"/> 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em $G$ . | <input type="checkbox"/> 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em $G$ . |

**Questão 4** Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

- 2/2
- |  |                             |                             |                             |
|--|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 4. | <input type="checkbox"/> 2. | <input type="checkbox"/> 3. | <input type="checkbox"/> 1. |
|--|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|

**Questão 5** Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

- 2/2
- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Nenhum dos valores mencionados. | <input type="checkbox"/> 100.           |
| <input type="checkbox"/> 98.                             | <input checked="" type="checkbox"/> 99. |

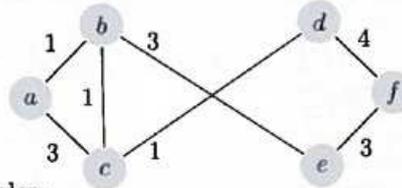


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- A Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.
- B Nenhuma das restantes alíneas.
- C Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- D Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.

2/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- A 9.
- B 10.
- C 11.
- D 7.

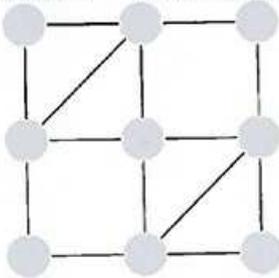
2/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- A  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- B  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- C  $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.
- D  $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

2/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



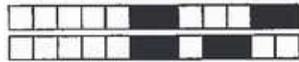
$G_2$

- A  $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.
- B Nenhum dos grafos é euleriano.
- C  $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.
- D Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

2/2

Questão 10

Seja  $G$  um dígrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3º Teste

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tiago Manuel Ribeiro Francisco

Número: 41602 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

**Questão 1** Seja  $G = (X, U)$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$ 
  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1).$   
  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$ 
  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1).$

**Questão 2** A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).
  (6, 4, 2, 2, 1, 1).  
 (1, 2, 2, 3).
  (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

**Questão 3** Considere  $G = (X, U)$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

- 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .
  1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .  
 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .
  1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .

**Questão 4** Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

2.
  1.
  4.
  3.

**Questão 5** Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

99.
  98.  
 Nenhum dos valores mencionados.
  100.

2/2

0/2

-0.5/2

-0.5/2

0/2

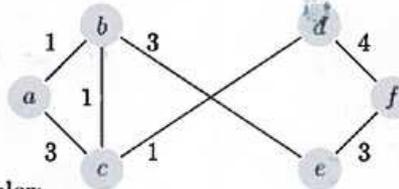


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- a) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.
- b) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- c) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- d) Nenhuma das restantes alíneas.

0/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- a) 11.
- b) 10.
- c) 9.
- d) 7.

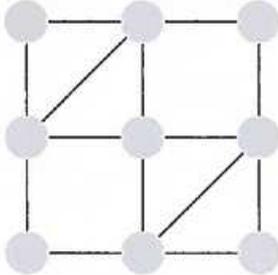
2/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- a)  $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- b)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- c)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- d)  $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.

2/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



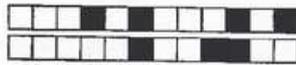
$G_2$

- a) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- b) Nenhum dos grafos é euleriano.
- c)  $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.
- d)  $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.

2/2

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014  
 3º Teste

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	<input checked="" type="checkbox"/>	3	3	3
<input checked="" type="checkbox"/>	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	<input checked="" type="checkbox"/>	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tiago Santo.....  
 .....  
 Número: 43799..... Curso: MIEI.....

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

**Questão 1** Seja  $G = (X, U)$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1)$ .   $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$ .  
  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$ .   $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1)$ .

**Questão 2** A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).  (6, 4, 2, 2, 1, 1).  
 (1, 2, 2, 3).  (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

**Questão 3** Considere  $G = (X, U)$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

- 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .  2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  
 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .  1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .

**Questão 4** Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

1.  4.  3.  2.

**Questão 5** Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

- Nenhum dos valores mencionados.  100.  
 98.  99.

2/2

2/2

2/2

2/2

-0.5/2

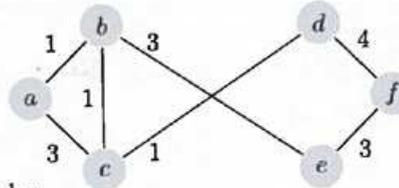


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.
- Nenhuma das restantes afirmações.

-0.5/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- 11.
- 7.
- 9.
- 10.

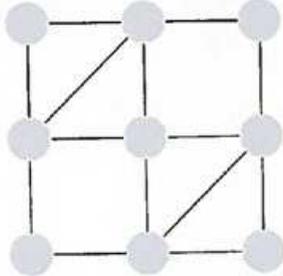
2/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.

2/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



$G_2$

- $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.
- Nenhum dos grafos é euleriano.
- $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.
- Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

2/2

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3º Teste

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	■	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	■	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	■	8	8
9	9	9	9	■

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tomás Maria Garriapa Correia da Fonseca

Número: 42859 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

**Questão 1** Seja  $G = (X, U)$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1)$ .        $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1)$ .  
  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$ .        $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$ .

-0.5/2

**Questão 2** A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- (1, 2, 2, 3).       (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).  
 (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).       (6, 4, 2, 2, 1, 1).

-0.5/2

**Questão 3** Considere  $G = (X, U)$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

- 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .       1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  
 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .       1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .

-0.5/2

**Questão 4** Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

4.       1.       2.       3.

-0.5/2

**Questão 5** Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

99.       98.  
 100.       Nenhum dos valores mencionados.

-0.5/2

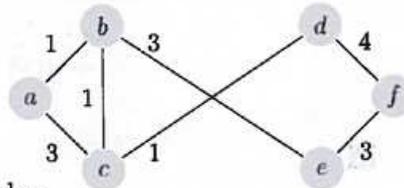


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- Nenhuma das restantes alternativas.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.

-0.5/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- 10.
- 11.
- 7.
- 9.

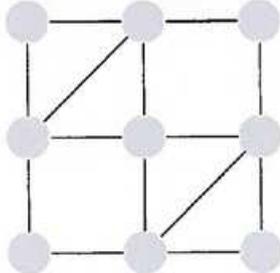
-0.5/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.
- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

-0.5/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



$G_2$

- Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.
- Nenhum dos grafos é euleriano.
- $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.

-0.5/2

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
<input checked="" type="checkbox"/>	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	<input checked="" type="checkbox"/>	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tomás Moura da Silva Ribeiro

Número: 41600 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja  $G = (X, U)$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- 0/2
- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$ .
  - $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1)$ .
  - $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1)$ .
  - $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$ .

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- 2/2
- (6, 4, 2, 2, 1, 1).
  - (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).
  - (1, 2, 2, 3).
  - (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere  $G = (X, U)$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

- 0/2
- 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .
  - 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .
  - 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .
  - 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .

Questão 4 Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

- 0.5/2
- 2.
  - 4.
  - 1.
  - 3.

Questão 5 Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

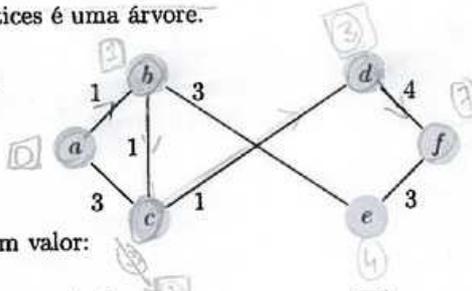
- 0/2
- Nenhum dos valores mencionados.
  - 99.
  - 100.
  - 98.



Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- Nenhuma das restantes alíneas.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



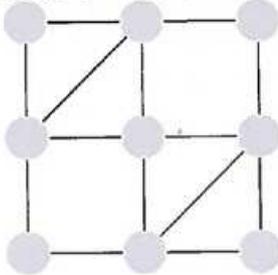
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- 10.
- 9.
- 7.
- 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.
- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



$G_2$

- Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- Nenhum dos grafos é euleriano.
- $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.
- $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3º Teste

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	<input checked="" type="checkbox"/>	2	2	2
3	3	3	3	3
<input checked="" type="checkbox"/>	4	<input checked="" type="checkbox"/>	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	<input checked="" type="checkbox"/>	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	<input checked="" type="checkbox"/>
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Tânia Sofia Brás Ferreira

Número: 42468 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

**Questão 1** Seja  $G = (X, U)$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$    $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1).$   
  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$    $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1).$

**Questão 2** A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- (1, 2, 2, 3).  (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).  
 (6, 4, 2, 2, 1, 1).  (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

**Questão 3** Considere  $G = (X, U)$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

- 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .  1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  
 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .

**Questão 4** Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

4.  1.  3.  2.

**Questão 5** Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

99.  Nenhum dos valores mencionados.  
 98.  100.

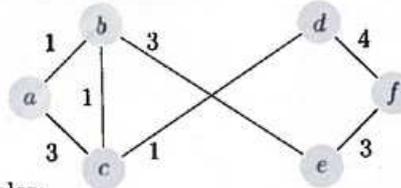


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- a) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- b) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.
- c) Nenhuma das restantes afirmações.
- d) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.

-0.5/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- a) 11.
- b) 10.
- c) 7.
- d) 9.

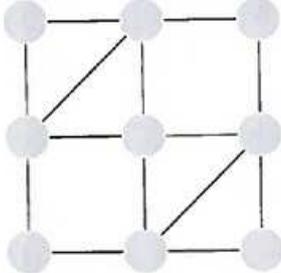
-0.5/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- a)  $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- b)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- c)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- d)  $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.

2/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



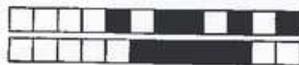
$G_2$

- a)  $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.
- b)  $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.
- c) Nenhum dos grafos é euleriano.
- d) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

2/2

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.



Departamento de Matemática  
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL  
 07/06/2014 3º Teste

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Vanessa Sofia Martins Lopes

Número: 42708 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

**Questão 1** Seja  $G = (X, U)$  um multigrafo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- 2/2
- $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1)$ .   $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1)$ .  
  $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$ .   $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$ .

**Questão 2** A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- 2/2
- (6, 4, 2, 2, 1, 1).  (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).  
 (1, 2, 2, 3).  (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

**Questão 3** Considere  $G = (X, U)$ , com  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$ .

- 2/2
- 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .  1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em  $G$ .  
 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .  1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em  $G$ .

**Questão 4** Considere o grafo  $G$  definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de  $G$  é:

- 0.5/2
4.  1.  3.  2.

**Questão 5** Se  $G$  é uma árvore com  $n$  vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de  $G$  pode ser:

- 2/2
99.  100.  
 Nenhum dos valores mencionados.  98.

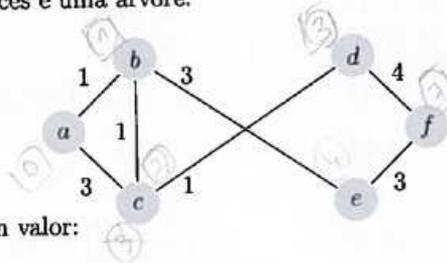


Questão 6 Seja  $G$  um grafo simples conexo com  $n$  vértices e  $m$  arcos.

- a) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $m - 1$  arcos é uma árvore.
- b) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  arcos é uma árvore.
- c) Nenhuma das restantes alíneas.
- d) Qualquer subgrafo de  $G$  com  $n - 1$  vértices é uma árvore.

2/2

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- a) 9.
- b) 7.
- c) 10.
- d) 11.

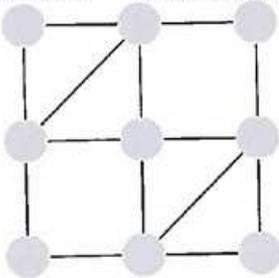
-0.5/2

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia  $a - f$ . Num dado momento

- a)  $e$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- b)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- c)  $d$  e  $f$  têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- d)  $c$  e  $d$  têm etiquetas provisórias com valor 3.

2/2

Questão 9 Considere os grafos:



$G_1$



$G_2$

- a)  $G_1$  é euleriano e  $G_2$  é semi-euleriano.
- b) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- c) Nenhum dos grafos é euleriano.
- d)  $G_1$  é semi-euleriano e  $G_2$  é euleriano.

2/2

Questão 10

Seja  $G$  um digrafo com 4 vértices e  $A$  uma matriz de adjacências de  $G$ . Sabendo que para todo o  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tem  $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$  e  $(A^4)_{ii} \neq 0$ , mostre que  $G$  é fortemente conexo.