



Aula 12

Lei de Gauss

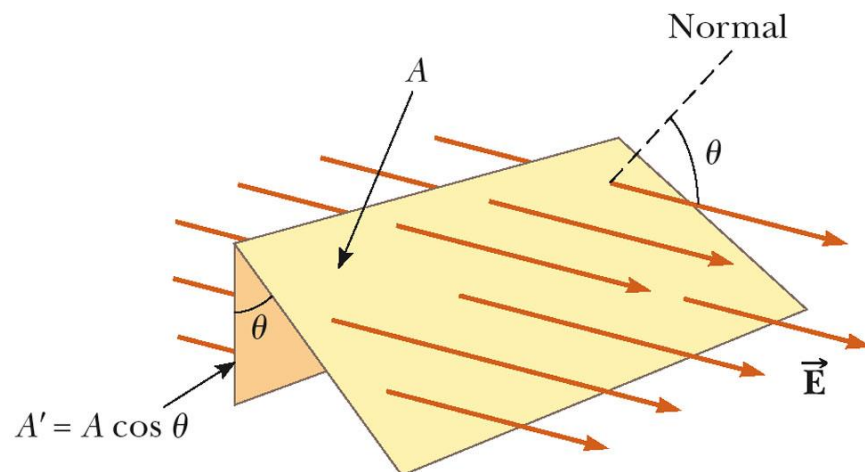
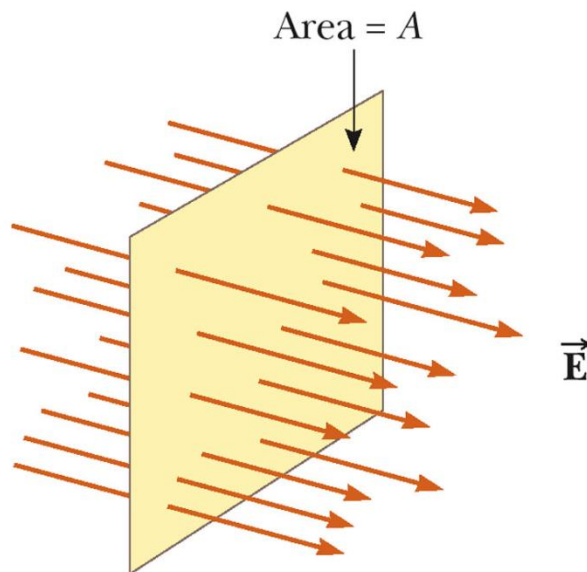
Fluxo do Campo Eléctrico

- Consideremos uma superfície perpendicular às linhas de força do campo eléctrico
O fluxo do campo eléctrico através da superfície é dado por:

$$\phi = E A$$

- O fluxo é proporcional ao número de linhas de força que atravessam a superfície.
Assim, para uma superfície A cuja normal faz um ângulo θ com o campo eléctrico o fluxo vem:

$$\Phi = E A \cos \theta$$



Lei de Gauss para o campo eléctrico

$$\Phi = E A \cos \theta$$

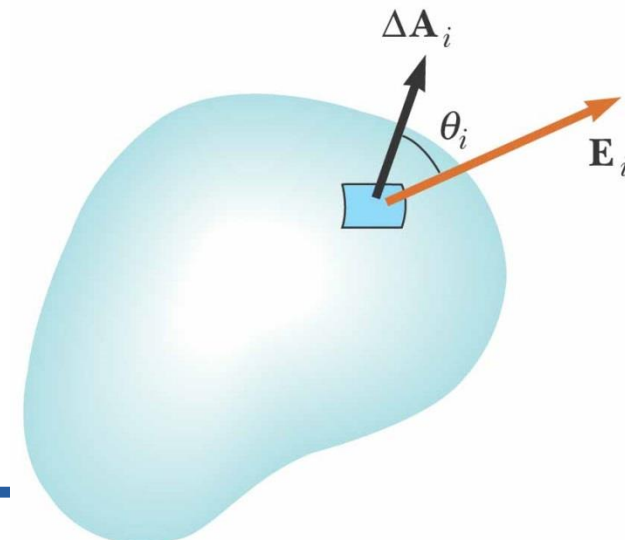
O fluxo é máximo quando E é perpendicular à superfície e nulo quando E é Paralelo à superfície.

Esta equação só é válida se E for cte., assim como o ângulo θ .
Se tal não for o caso, a relação só é válida para pequenas regiões.

$$\Delta\Phi_E = E_i \Delta A_i \cos \theta_i = \mathbf{E}_i \cdot \Delta \mathbf{A}_i$$

$$\Phi_E = \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \sum E_i \cdot \Delta A_i = \int_{\text{surface}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

Este integral não é fácil de calcular.



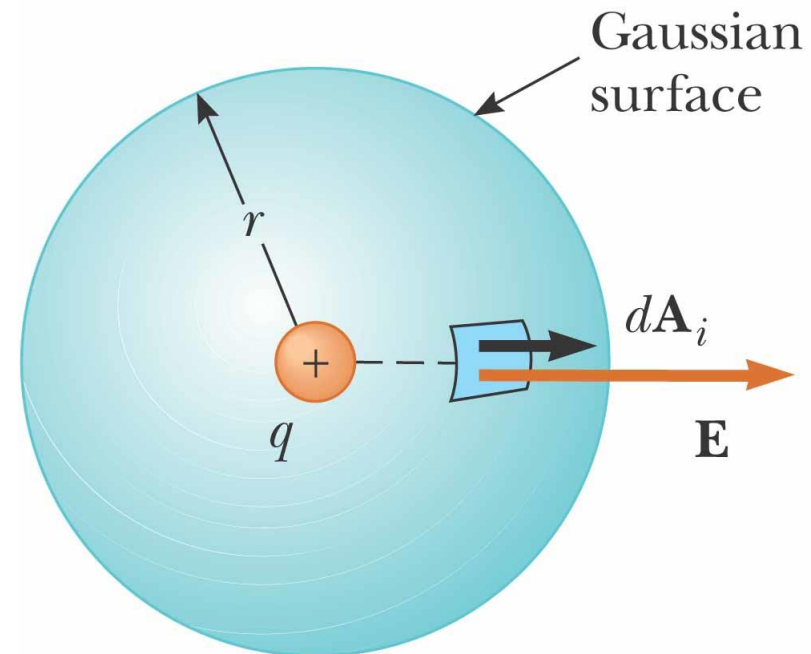
Lei de Gauss para o campo eléctrico

- Para uma superfície fechada o integral tem que ser calculado para toda a superfície. Iremos fazer este cálculo para uma carga pontual no centro de uma superfície esférica, em que E é perpendicular à superfície em cada ponto e é constante para todos os pontos da superfície.

$$\Phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = E \int dA$$

Sabemos que $E = k_e q / r^2$ e $A_{\text{sphere}} = 4\pi r^2$,

$$\Phi_E = 4\pi k_e q = \frac{q}{\epsilon_0}$$



$d\mathbf{A}$ é um vector perpendicular à superfície

Lei de Gauss para o campo eléctrico

- A lei de Gauss vem generalizar este resultado para qualquer superfície fechada

$$\Phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

- E é o campo eléctrico em qualquer ponto da superfície
- q_{int} é a carga que está no interior da superfície.
- Se no interior de uma superfície não existir carga o fluxo é nulo.

$d\mathbf{A}$ é um vector perpendicular à superfície e dirigido para fora

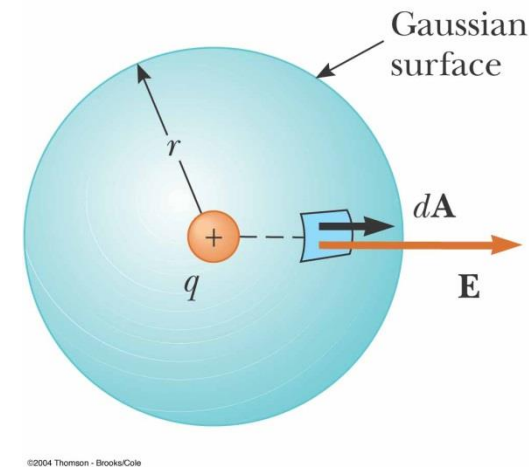
Lei de Coulomb e lei de Gauss

- A lei de Gauss permite obter a lei de Coulomb para uma carga pontual

$$\phi = \int \vec{E} \cdot \vec{u} dA = E \int dA$$

$$\phi = E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

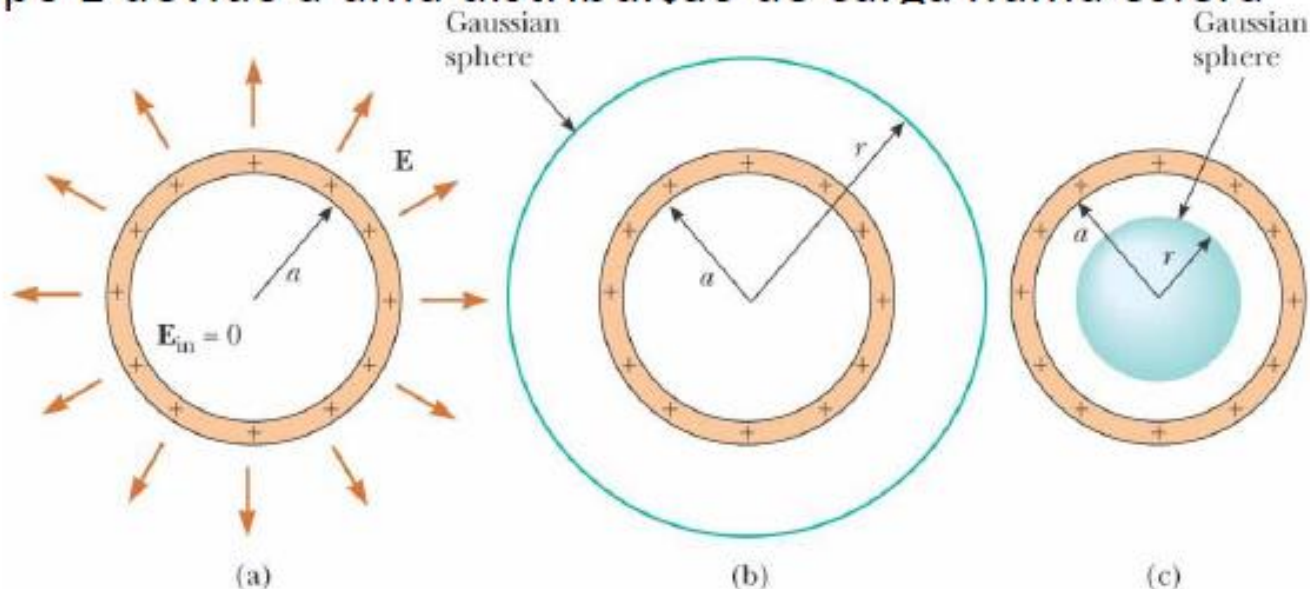
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$



- Para especificar que $d\vec{A}$ é um vector perpendicular à superfície podemos indicar o vector unitário $\vec{u}$ dessa direcção. É sempre dirigido para fora da superfície

Lei de Gauss: esfera oca carregada

- Campo E devido a uma distribuição de carga numa esfera



©2004 Thomson - Brooks/Cole

- $E_{int} = 0$

$$E_{ext} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Lei de Gauss: fio infinito carregado

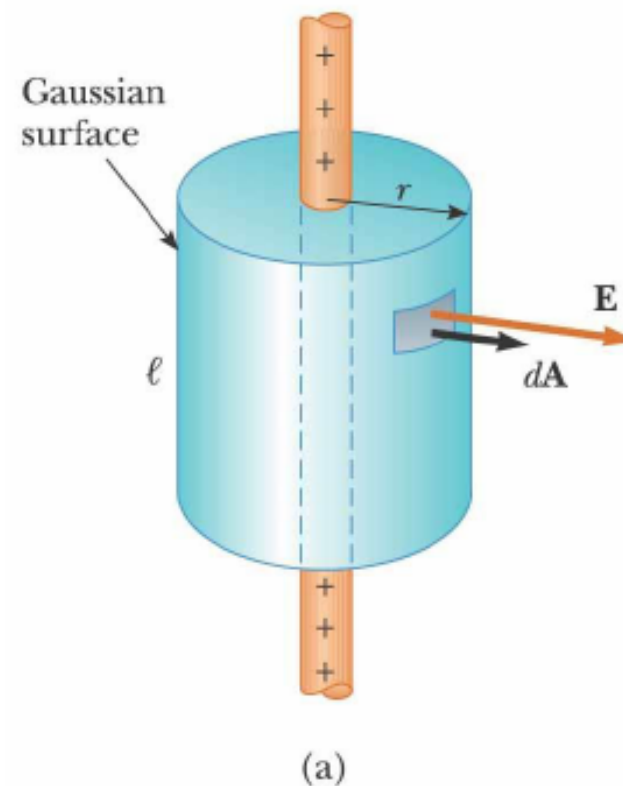
*

- Campo E a uma distância r do fio
- Por razões de simetria o campo E deve ser perpendicular ao fio.

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint E dA = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

$$E(2\pi r \ell) = \frac{\lambda \ell}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = 2k_e \frac{\lambda}{r}$$



©2004 Thomson - Brooks/Cole

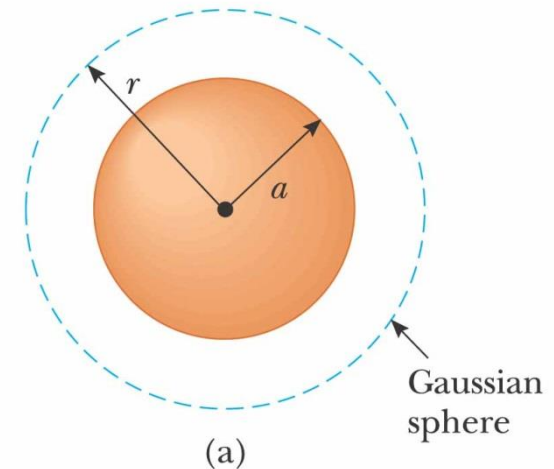
Lei de Gauss: esfera carregada

- Campo E devido a uma distribuição de carga numa esfera

$$\phi = \int \vec{E} \cdot \vec{u} dA = E \int dA$$

$$\Phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int E dA = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k_e \frac{Q}{r^2}$$



©2004 Thomson - Brooks/Cole

$d\mathbf{A}$ é um vector perpendicular à superfície e podemos preferir usar

$d\mathbf{A} = \vec{u} dA$

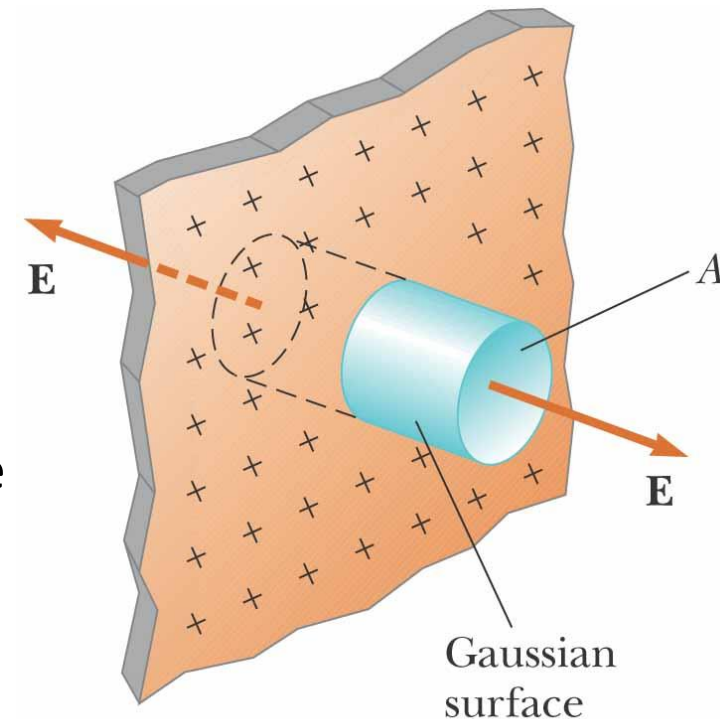
Lei de Gauss: plano infinito carregado

- Campo E a uma distância r do plano
- Usa-se uma superfície cilíndrica fechada
- Por razões de simetria o campo E deve ser perpendicular ao plano.
- O fluxo do campo através dos topos do cilindro vale $\phi=2EA$ (são 2 lados)
- Se a carga total vale $Q = \sigma A$ (σ é a densidade superficial de carga)

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

E é constante



Lei de Gauss: 2 planos paralelos infinitos carregados

- Campo E na região interior dos planos é uniforme
- Se a carga existente entre as placas for igual

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

- Campo E no exterior dos planos é zero

