

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2013 / 14 – 2º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

nº:

1. Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Os cubos que estão à esquerda do bloco **b** não são grandes.

$$\forall x ((\text{Cube}(x) \wedge \text{LeftOf}(x,b)) \rightarrow \neg \text{Large}(x))$$

b) Os tetraedros são pequenos excepto se estiverem ao lado do bloco **c**.

$$\forall x ((\text{Tet}(x) \wedge \neg \text{Adjoins}(x,b)) \rightarrow \text{Small}(x))$$

c) Nenhum dos blocos **a**, **b**, ou **c** é um dodecaedro.

$$\neg \text{Dodec}(a) \wedge \neg \text{Dodec}(b) \wedge \neg \text{Dodec}(c)$$

d) Os blocos à esquerda do cubo **c** são todos tetraedros.

$$\text{Cube}(c) \wedge \forall x (\text{LeftOf}(x,c) \rightarrow \text{Tet}(x))$$

e) Se o tetraedro **a** não estiver à esquerda do bloco **b** está à esquerda do **c**.

$$\text{Tet}(a) \wedge (\neg \text{LeftOf}(a,b) \rightarrow \text{LeftOf}(a,c))$$

f) Os blocos **a** e **b** não têm a mesma forma e ainda há blocos com forma diferente de ambos.

$$\neg \text{SameShape}(a,b) \wedge \exists x (\neg \text{SameShape}(x,a) \wedge \neg \text{SameShape}(x,b))$$

g) Qualquer bloco que tenha a mesma forma que o bloco **b** também tem o mesmo tamanho (de **b**).

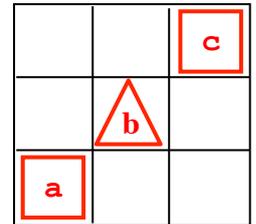
$$\forall x (\text{SameShape}(x,b) \rightarrow \text{SameSize}(x,b))$$

h) Nem todos os blocos com o mesmo tamanho do bloco **b** têm a mesma forma (de **b**).

$$\neg \forall x (\text{SameSize}(x,b) \rightarrow \text{SameShape}(x,b)) \quad \text{ou} \\ \exists x (\text{SameSize}(x,b) \wedge \neg \text{SameShape}(x,b))$$

2. Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3×3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições

1. $\forall x (x \neq c \rightarrow \text{RightOf}(c, x))$
2. $\forall x (x \neq b \rightarrow \neg \text{SameShape}(x, b))$
3. $\text{Cube}(a) \wedge \forall x (x \neq a \rightarrow \text{FrontOf}(a, x))$
4. $\exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Between}(x, a, c))$
5. $\neg \exists x \text{Dodec}(x)$



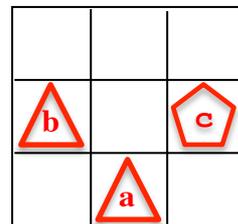
3. Complete a demonstração abaixo indicada, indicando as fórmulas e as justificações em falta nas caixas em branco.

1	$\neg ((A \vee B) \rightarrow C)$		
2	$\neg (A \vee C)$		
3	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\neg (A \vee B)$</div>		
4	<div style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$A \vee B$</div></div>		
5	\perp	Intr \perp : 3, 4	
6	C	Elim \perp : 5	
7	$(A \vee B) \rightarrow C$	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\text{Intr } \rightarrow$: 4 - 6</div>	
8	\perp	Intr \perp : 1, 7	
9	$\neg \neg (A \vee B)$	Intr \neg : 3 - 8	
10	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$A \vee B$</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\text{Elim } \neg$: 3 - 8</div>	
11	A		
12	<div style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$A \vee C$</div></div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\text{Intr } \vee$: 11</div>	
13	\perp	Intr \perp : 2, 12	
14	B	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\text{Elim } \perp$: 13</div>	
15	B		
16	<div style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">B</div></div>	Reit: 15	
17	B	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\text{Elim } \vee$: 10, 11-14, 15-16</div>	

4. Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respectiva demonstração.

a) Verifique que a demonstração está *errada*, e indique o(s) passo(s) em que as regras do sistema de Dedução Natural não foram corretamente utilizadas

1.	$\text{Cube}(a) \rightarrow \neg\text{Tet}(b)$	
2.	$\text{Tet}(a) \rightarrow \neg\text{Cube}(b)$	
3.	$\text{Cube}(a) \vee \text{Tet}(a)$	
4.	$\neg(\text{Tet}(b) \vee \text{Cube}(b)) \rightarrow \text{Dodec}(c)$	
5.	$\text{Cube}(a)$	
6.	$\neg\text{Tet}(b)$	Elim \rightarrow : 1,5
7.	$\text{Tet}(a)$	
8.	$\neg\text{Cube}(b)$	Elim \rightarrow : 2,7
9.	$\neg\text{Tet}(b) \vee \neg\text{Cube}(b)$	Elim \vee : 3,5-6,7-8
10.	$\text{Dodec}(c)$	Elim \rightarrow : 4,9



No passo (9), a eliminação da disjunção está errada, pois a fórmula a obter deveria ser comum às sub-demonstrações. No entanto tal poderia ser facilmente conseguido. Por exemplo de $\neg\text{Tet}(b)$ poderia inferir-se $\neg\text{Tet}(b) \vee \neg\text{Cube}(b)$.

Mais grave é o passo (10), pois tal não corresponde a nenhuma eliminação da implicação. O implicante de (4) é a negação de uma disjunção, $\neg(\text{Tet}(b) \vee \text{Cube}(b))$, enquanto que (9) é uma disjunção de negações, $\neg\text{Tet}(b) \vee \neg\text{Cube}(b)$.

b) Indique no tabuleiro ao lado da demonstração, um contra-exemplo que mostre que o argumento não é válido

5. Mostre que o argumento abaixo é válido, apresentando a respectiva demonstração.

1	$A \vee (B \rightarrow C)$	
2	B	
3	$\neg C$	
4	A	
5	A	Reit. 4
6	$B \rightarrow C$	
7	C	Elim \rightarrow : 2, 6
8	\perp	Intr \perp : 3, 7
9	A	Elim \perp : 8
10	A	Elim \vee : 1, 4-5, 6-9
11	$\neg C \rightarrow A$	Intr \rightarrow : 3, 10