

Lógica Computacional

Duração: 1h

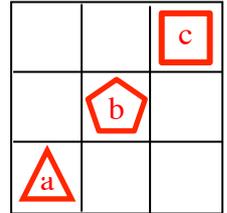
Época de 2014 / 15 – 1º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:	n.º:
-------	------

1. Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3×3 casas)

a) Desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes fórmulas

1. $\text{BackOf}(c, b) \wedge \text{BackOf}(b, a) \wedge \neg \text{SameRow}(b, c)$
2. $\neg (\text{SameShape}(a, c) \vee \text{SameShape}(a, b))$
3. $\neg (\neg \text{Cube}(c) \vee \neg \text{Dodec}(b))$
4. $\text{LeftOf}(a, b) \wedge \text{LeftOf}(b, c)$



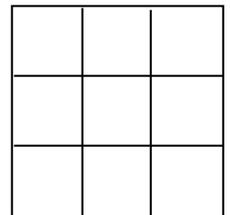
b) Verifique se a fórmula $\text{Between}(b, a, d) \wedge \text{Tet}(d)$ é satisfazível em conjunto com as anteriores. Se sim indique um mundo em que todas as fórmulas sejam satisfeitas; caso contrário explique sucintamente porquê.

As fórmulas acima obrigam os blocos **a**, **b** e **c** a estarem alinhados, estando o bloco **b** entre os outros 2.

A fórmula adicional indica que o bloco **b** está entre os blocos **a** e **d**, sendo este um tetraedro.

Tendo em conta a dimensão do tabuleiro, esta situação só seria possível se o bloco **d** fosse o mesmo que o bloco **c**, pois ocupariam a mesma posição.

Mas isso é impossível pois **c** é um cubo e **d** deveria ser um tetraedro.



2. Traduza as seguintes frases para fórmulas na linguagem do Mundo de Tarski.

a) O bloco **a** não tem a forma nem do bloco **b** nem do **c**, mas é maior que um deles.

$(\neg \text{SameShape}(a, b) \wedge \neg \text{SameShape}(a, c)) \wedge (\text{Larger}(a, b) \vee \text{Larger}(a, c))$

b) Um dos blocos **a** ou **b** é um cubo e está à esquerda do outro.

$(\text{Cube}(a) \wedge \text{LeftOf}(a, b)) \vee (\text{Cube}(b) \wedge \text{LeftOf}(b, a))$

c) O bloco **a** está à esquerda do **b** e à direita do **c** mas não está entre ambos.

$\text{LeftOf}(a, b) \wedge \text{RightOf}(a, c) \wedge \neg \text{Between}(a, b, c)$

d) O dodecaedro **d** está alinhado com o cubo **c**, isto é, estão ambos na mesma linha ou na mesma coluna.

$\text{Dodec}(d) \wedge \text{Cube}(c) \wedge (\text{SameCol}(c, d) \vee \text{SameRow}(c, d))$

3. Considere as seguintes frases

- O treinador do Real é adepto do Luso, mas não é sócio (do Luso).
- O Luso tem mais sócios que o Real.
- O Carlos é sócio do Luso mas não do Real.
- O Real e o Luso tem treinadores diferentes.

a) Apresente uma assinatura $\Sigma = \langle NP, NF_0 \cup NF_1 \rangle$ de uma linguagem de 1ª ordem que lhe permita escrever fórmulas de 1ª ordem correspondentes

NF_0 : Constantes	NF_1 : Funções	NP: Predicados
<p>real luso carlos</p>	<p>treinador/1 numSócios/1</p>	<p>AdeptoDe/2 SócioDe/2 >/2 =/2</p>

b) Traduza para fórmulas de 1ª ordem as frases acima indicadas:

i) O treinador do Real é adepto do Luso, mas não é sócio (do Luso).

AdeptoDe (treinador (real), luso) \wedge \neg SócioDe (treinador (real), luso)

ii) O Luso tem mais sócios que o Real.

numSócios (luso) > numSócios (real)

iii) O Carlos é sócio do Luso mas não do Real.

SócioDe (carlos, luso) \wedge \neg SócioDe (carlos, real)

iv) O Real e o Luso tem treinadores diferentes.

\neg (treinador (real) = treinador (luso))

4. a) Classifique cada uma das fórmulas abaixo, indicando no quadro (com S e N, respectivamente) se são ou não

V-TT: Verdade Tautológica;

V-FO: Verdade Lógica

V-TW: Verdade Analítica (Tarski)

F-TT: Falsidade Tautológica;

F-FO: Falsidade Lógica;

F-TW: Falsidade Analítica (Tarski)

$\neg (a = b \wedge \text{Tet}(a) \wedge \neg \text{Tet}(b))$
 $\text{Large}(a) \wedge \neg \text{Large}(b) \wedge a = b$
 $\neg \text{Cube}(a) \wedge \neg (\text{Tet}(a) \vee \text{Dodec}(a))$

V-TT	V-FO	V-TW	F-TT	F-FO	F-TW
N	S	S	N	N	N
N	N	N	N	S	S
N	N	N	N	N	S

b) Indique, se houver, uma proposição P-TT que não seja P-TW (i.e. seja F-TW). Caso contrário escreva impossível.

Small (a) \wedge Large (a)

c) Indique, se houver, uma proposição V-TT mas não V-TW. Caso contrário escreva impossível.

Impossível

5. Para os argumentos abaixo, indique se são válidos, justificando informalmente a resposta.

- a) Não existem disciplinas de Desenho no curso de Informática. O João concluiu o curso com a cadeira de Desenho Artístico. Logo o curso do João não era Informática.

Argumento Válido ? Sim: Não:

Justificação: A cadeira de Desenho Artístico é uma cadeira da área de Desenho. Se o João fez essa cadeira durante o curso, esse curso incluiria uma cadeira de Desenho. Mas então não pode ser o curso de Informática, que não inclui cadeiras dessa área. Logo sendo as premissas verdadeiras também o é a conclusão e o argumento é válido.

- b) Não é normal que quem estuda uma cadeira reprove. O Luís reprovou a AM. Logo ele não a estudou.

Argumento Válido ? Sim: Não:

Justificação: Apesar de não ser normal um estudante preparado reprovar a uma cadeira, podem existir circunstâncias em que reprove (por exemplo, se faltar ao exame por algum motivo). Logo não se pode afirmar que o Luís não estivesse preparado só por ter reprovado.

Pode assim ser que a conclusão seja falsa, apesar de se assumirem as premissas verdadeiras, pelo que o argumento não é válido.

- c) Num curso com precedências, a cadeira de Cálculo 2 só pode ser feita após a aprovação em Cálculo 1. A Maria já fez a cadeira de Cálculo 2. Logo ela já fez a cadeira de Cálculo 1.

Argumento Válido ? Sim: Não:

Justificação: A conclusão de que a Maria terá feito Cálculo 1, seria justificada se ela estivesse a fazer um curso com precedências, em que a sua aprovação em Cálculo 2, pressuporia a aprovação prévia em Cálculo 1. Mas as premissas não impõem que o curso da Maria tenha precedências, pelo que pode acontecer que as premissas sejam verdadeiras (nomeadamente que a Maria tenha Cálculo 2) e a conclusão falsa (não ter Cálculo 1), pelo que o argumento não é válido.

6. Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski, indique se os seguintes argumentos são válidos tautologicamente (Val-TT), logicamente (Val-FO) e/ou analiticamente nos mundos de Tarski (Val-TW).

{Premissa 1, ..., Premissa n } |= Conclusão

{ SameRow(a,b) , SameCol(a,b) } |= a = b

{ Larger(a,b) , Larger(a,c) } |= Larger(b,c)

{ Larger(a,b) , a = b } |= Larger(b,a)

Val-TT	Val-FO	Val-TW
N	N	S
N	N	N
N	S	S

7. a) Preencha a tabela de verdade relativa às fórmulas P1 e P2 abaixo indicadas

$$P1: A \vee \neg (B \wedge C) \quad \text{e} \quad P2: \neg A \wedge (B \vee C)$$

A	B	C	$A \vee \neg (B \wedge C)$	$\neg A \wedge (B \vee C)$
V	V	V	V	F
V	V	F	V	F
V	F	V	V	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	V
F	V	F	V	V
F	F	V	V	V
F	F	F	V	F

b) Com base na tabela assinale na caixa e justifique qual a relação tautológica entre P1 e P2

- P1 é consequência de P2 P2 é consequência de P1
 P1 e P2 são Equivalentes Nenhuma das anteriores

Justificação: Existem várias interpretações, por exemplo $\{A=V, B=V, C=V\}$, que tornam a fórmula P1 verdadeira mas P2 falsa. Logo P2 não é consequência tautológica de P1. Por outro lado, a interpretação $\{A=F, B=V \text{ e } C=V\}$ torna P2 verdadeira mas P1 falsa. Logo P1 não é consequência tautológica de P2. Desta forma, P1 e P2 não são equivalentes (nem P1 é consequência de P2 nem vice-versa).

8. Converta a fórmula seguinte para as formas normais conjuntiva (CNF) e disjuntiva (DNF), simplificando-as da forma mais conveniente:

$$(A \wedge ((B \wedge C) \vee (\neg C \wedge D))) \vee \neg ((\neg A \vee C) \vee (\neg B \wedge D))$$

$$(A \wedge ((B \wedge C) \vee (\neg C \wedge D))) \vee \neg ((\neg A \vee C) \vee (\neg B \wedge D))$$

- 1 $\Leftrightarrow (A \wedge ((B \wedge C) \vee (\neg C \wedge D))) \vee (\neg (\neg A \vee C) \wedge \neg (\neg B \wedge D))$ de Morgan
 2 $\Leftrightarrow (A \wedge ((B \wedge C) \vee (\neg C \wedge D))) \vee ((\neg \neg A \wedge \neg C) \wedge (\neg \neg B \vee \neg D))$ de Morgan
 3 $\Leftrightarrow (A \wedge ((B \wedge C) \vee (\neg C \wedge D))) \vee ((A \wedge \neg C) \wedge (B \vee \neg D))$ Dupla Negação

Esta fórmula já está na forma NNF. Para a converter em DNF e CNF ...

- 4 $\Leftrightarrow ((A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \neg C \wedge D)) \vee ((A \wedge \neg C) \wedge (B \vee \neg D))$ Distribuição
 5 $\Leftrightarrow (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \neg C \wedge D) \vee (A \wedge B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg C \wedge \neg D)$ Distribuição
 6 $\Leftrightarrow (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg C \wedge D) \vee (A \wedge \neg C \wedge \neg D)$ Comutação
 7 $\Leftrightarrow (A \wedge B \wedge (C \vee \neg C)) \vee ((A \wedge \neg C) \wedge (D \vee \neg D))$ Distribuição
 8 $\Leftrightarrow (A \wedge B \wedge 1) \vee (A \wedge \neg C \wedge 1)$ Tautologia
 9 $\Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge \neg C)$ Elemento Neutro

Esta fórmula já está na forma DNF. Para a converter em CNF ...

- 10 $\Leftrightarrow A \wedge (B \vee \neg C)$ Distribuição