

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2014 / 15 – 2º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

nº:

1. (5 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Existem dodecaedros que não são grandes.

$$\exists x (\text{Dodec}(x) \wedge \neg \text{Large}(x))$$

b) Os cubos que não são pequenos são grandes.

$$\forall x ((\text{Cube}(x) \wedge \neg \text{Small}(x)) \rightarrow \text{Large}(x))$$

c) Não existem blocos na mesma linha ou coluna do bloco **c** (excepto naturalmente o próprio **c**).

$$\neg \exists x (x \neq c \wedge (\text{SameRow}(x,c) \vee \text{SameCol}(x,c)))$$

d) Os cubos estão todos à esquerda do bloco **d**.

$$\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \text{LeftOf}(x,d))$$

e) Qualquer bloco à frente do bloco **c** não tem o mesmo tamanho deste (do **c**).

$$\forall x (\text{FrontOf}(x,c) \rightarrow \neg \text{SameSize}(x,c))$$

f) Todos os cubos são grandes, excepto se estiverem à frente do **a**.

$$\forall x ((\text{Cube}(x) \wedge \neg \text{FrontOf}(x,a)) \rightarrow \text{Large}(x))$$

g) Todos os cubos estão ao lado (*adjoins*) dos objectos **a** ou **b**.

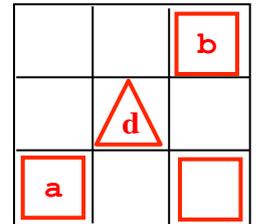
$$\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow (\text{Adjoins}(x,a) \vee \text{Adjoins}(x,b)))$$

h) Nenhum objecto grande é um cubo e nenhum cubo é grande.

$$\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \neg \text{Large}(x)) \quad ; \text{ ou} \\ \forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \neg \text{Large}(x)) \wedge \forall x (\text{Large}(x) \rightarrow \neg \text{Cube}(x))$$

2. **(3.125 val)** Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3×3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições

1. $\neg \exists x (x \neq d \wedge \text{SameCol}(x, d))$
2. $\forall x (x \neq d \rightarrow \text{Cube}(x))$
3. $\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{RightOf}(x, a) \wedge \text{FrontOf}(x, b))$
4. $\text{Tet}(d) \wedge \text{Between}(d, a, b)$
5. $\forall x (x \neq d \rightarrow \neg \text{SameRow}(x, d))$



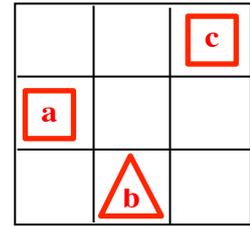
3. **(5.0 val)** Complete a demonstração abaixo indicada, indicando as fórmulas e as justificações em falta nas caixas em branco.

1	$\neg (A \vee C) \rightarrow B$	
2	$B \rightarrow C$	
3	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\neg C$</div>	
4	$\neg A$	
5	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$A \vee C$</div>	
6	A	
7	\perp	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\text{Intr } \perp: 4, 6$</div>
8	C	
9	\perp	$\text{Intr } \perp: 3, 8$
10	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">\perp</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\text{Elim } \vee: 5, 6 - 7, 8 - 9$</div>
11	$\neg (A \vee C)$	$\text{Intr } \neg: 5 - 10$
12	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">B</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\text{Elim } \rightarrow: 1, 11$</div>
13	C	$\text{Elim } \rightarrow: 2, 12$
14	\perp	$\text{Intr } \perp: 3, 13$
15	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\neg \neg A$</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\text{Intr } \neg: 4 - 14$</div>
16	A	$\text{Elim } \neg: 15$
17	$\neg C \rightarrow A$	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\text{Intr } \rightarrow: 3 - 16$</div>

4. (2.5 val) Considere o seguinte argumento e sua demonstração (usando a linguagem de Tarski).

a) Verifique que a demonstração está *errada*, e indique o(s) passo(s) em que as regras do sistema de Dedução Natural não foram corretamente utilizadas.

1.	$\text{Cube}(a) \rightarrow \text{Cube}(c)$	
2.	$\text{Cube}(a) \vee \text{Tet}(a)$	
3.	$\neg(\text{Cube}(c) \wedge \text{SameCol}(b,c))$	
<hr/>		
4.	$\text{Cube}(a)$	
5.	$\text{Cube}(c)$	Elim \rightarrow : 1, 4
6.	$\neg \text{Cube}(c)$	Elim \wedge : 3
7.	\perp	Intr \perp : 5, 6
8.	$\text{Tet}(a)$	
9.	$\text{Tet}(a)$	Reit : 8
10.	$\text{Tet}(a)$	Elim \vee : 2, 4-7, 8-9



No passo (10), a eliminação da disjunção não está correcta, pois as fórmulas finais das subdemonstrações começadas por $\text{Cube}(a)$ e $\text{Tet}(a)$ deveriam terminar ambas na mesma fórmula, no caso $\text{Tet}(a)$. No entanto este erro poderia ser corrigido acrescentando uma última linha na subdemonstração com a fórmula $\text{Tet}(a)$, justificada por eliminação da \perp em (7).

O erro principal, e que invalida a conclusão, ocorre no entanto na linha (6). A eliminação da conjunção não pode ser invocada pois a fórmula (3) não é uma conjunção, mas sim a negação de uma conjunção !

b) Indique no tabuleiro ao lado da demonstração, um contra-exemplo que mostre que o argumento não é válido

5. (4.375 val) Mostre que o argumento abaixo é válido, apresentando a respectiva demonstração.

1	$A \rightarrow \neg B$	
2	$B \vee (\neg C \rightarrow \neg A)$	
3	$\neg C \wedge D$	
<hr/>		
4	B	
5	A	
6	$\neg B$	Elim \rightarrow : 1, 5
7	\perp	Intr \perp : 4, 6
8	$\neg A$	Intr \neg : 5 - 7
9	$\neg C \rightarrow \neg A$	
10	$\neg C$	Elim \wedge : 3
11	$\neg A$	Elim \rightarrow : 9, 10
12	$\neg A$	Elim \vee : 2, 4 - 8, 9 - 11