

# Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2014 / 15 – 3º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:	nº:
-------	-----

1. (3 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Blocos diferentes que estejam na mesma linha não têm o mesmo tamanho.

b) Não há blocos maiores que qualquer dos blocos com a forma do bloco c.

c) Alguns cubos são maiores que todos os tetraedros.

d) Todos os tetraedros são grandes a menos que estejam ao lado de um dodecaedro.

e) Os únicos cubos que existem estão entre quaisquer dois blocos com a mesma forma (os dois).

f) Não existem dois blocos com o mesmo tamanho que não estejam na mesma linha.

2. (3 val) Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de  $3 \times 3$  casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições

1.  $\forall x (x \neq d \rightarrow (\text{RightOf}(d, x) \wedge \text{BackOf}(d, x)))$

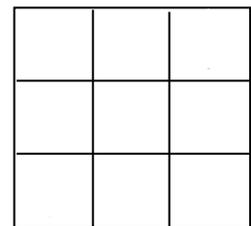
2.  $\exists x \text{ Between}(x, d, e)$

3.  $\exists x (\text{LeftOf}(x, a) \wedge \text{SameRow}(x, a))$

4.  $\forall x \forall y (\exists z \text{ Between}(z, x, y) \rightarrow \text{Dodec}(x))$

5.  $\exists x (\text{Tet}(x) \wedge \neg \exists y (x \neq y \wedge \text{SameCol}(x, y)))$

6.  $\forall x \forall y ((x \neq y \wedge (\text{SameRow}(x, y) \vee \text{SameCol}(x, y))) \rightarrow \neg \text{SameShape}(x, y))$



3. (4 val) Complete a demonstração abaixo, preenchendo as caixas assinaladas.

1	$\forall x (Cube(x) \rightarrow \exists y \neg SameRow(x, y))$		
2	$\forall x (Large(x) \rightarrow \forall y SameRow(x, y))$		
3	<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>		
4	<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>		
5	$Cube(c) \rightarrow \exists y \neg SameRow(c, y)$	Elim $\forall$ : 1	
6	$\exists y \neg SameRow(c, y)$	Elim $\rightarrow$ : 4 , 5	
7	<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>		
8	<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>		
9	$Large(c) \rightarrow \forall y SameRow(c, y)$		<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>
10	$\forall y SameRow(c, y)$		<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>
11	<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>	Elim $\forall$ : 10	
12	$\perp$		<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>
13	$\neg Large(c)$		<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>
14	$\neg Large(c)$		<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>
15	<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>	Intr $\rightarrow$ : 4 - 14	
16	$\forall x (Cube(x) \rightarrow \neg Large(x))$		<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>

4. (3 val) Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respectiva demonstração.

1	$\neg \forall x Tet(x)$		
2	$\exists x (Cube(x) \rightarrow Large(x))$		
3	$\forall x (Cube(x) \vee Tet(x))$		
4	$c: Cube(c) \rightarrow Large(c)$		
5	$Cube(c) \vee Tet(c)$	Elim $\forall$ : 3	
6	$Cube(c)$		
7	$Large(c)$	Elim $\rightarrow$ : 4 , 6	
8	$Tet(c)$		
9	$\neg Tet(c)$	Elim $\forall$ : 1	
10	$\perp$	Intr $\perp$ : 8, 9	
11	$Large(c)$	Elim $\perp$ : 10	
12	$Large(c)$	Elim $\vee$ : 5, 6-7, 8-11	
13	$\exists x Large(x)$	Intr $\exists$ : 12	

a) Indique todos os erros da demonstração acima, e se introduzem fórmulas que não são consequências válidas no contexto em que ocorrem.

**Erros:**

b) Apresente no quadro ao lado um contra-exemplo que mostre que o argumento não é válido.


5. (2 val) O seguinte argumento é válido analiticamente nos Mundos de Tarski.

1	$\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \text{Large}(x))$
2	$\forall x (\text{Dodec}(x) \rightarrow \text{Medium}(x))$
<hr/>	
3	$\forall x (\text{Small}(x) \rightarrow \text{Tet}(x))$

Assinale em baixo, quais os axiomas de Tarski que seria necessário utilizar explicitamente como premissas para que o argumento fosse válido logicamente (válido-FO).

**Nota:** 2 respostas erradas cancelam uma resposta certa, mas a classificação da questão nunca será negativa.

- $\forall x (\text{Large}(x) \vee \text{Medium}(x) \vee \text{Small}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Medium}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Medium}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- $\forall x (\text{Tet}(x) \vee \text{Cube}(x) \vee \text{Dodec}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Cube}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$

6. (5 val) Valide o seguinte argumento apresentando a respectiva demonstração.

1	$\forall x \forall y ((\text{Cube}(x) \wedge A(x,y)) \rightarrow \text{Large}(x))$
2	$\neg \exists x \text{Large}(x)$
<hr/>	
	$\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \neg \exists y A(x,y))$