

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2014 / 15 – 3º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

nº:

1. (3 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Blocos diferentes que estejam na mesma linha não têm o mesmo tamanho.

$$\forall x \forall y ((x \neq y \wedge \text{SameRow}(x,y)) \rightarrow \neg \text{SameSize}(x,y))$$

b) Não há blocos maiores que qualquer dos blocos com a forma do bloco c.

$$\neg \exists x \exists y (\text{SameShape}(y,c) \wedge \text{Larger}(x,y))$$

c) Alguns cubos são maiores que todos os tetraedros.

$$\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \forall y (\text{Tet}(y) \rightarrow \text{Larger}(x,y)))$$

d) Todos os tetraedros são grandes a menos que estejam ao lado de um dodecaedro.

$$\forall x ((\text{Tet}(x) \wedge \neg \exists y (\text{Dodec}(y) \wedge \text{Adjoins}(x,y))) \rightarrow \text{Large}(x))$$

e) Os únicos cubos que existem estão entre quaisquer dois blocos com a mesma forma (os dois).

$$\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \exists y \exists z (\text{SameShape}(y,z) \wedge \text{Between}(x,y,z)))$$

f) Não existem dois blocos com o mesmo tamanho que não estejam na mesma linha.

$$\neg \exists x \exists y (\text{SameSize}(x,y) \wedge \neg \text{SameRow}(x,y))$$

2. (3 val) Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3×3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições

1. $\forall x (x \neq d \rightarrow (\text{RightOf}(d,x) \wedge \text{BackOf}(d,x)))$

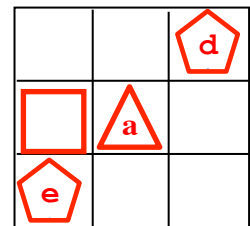
2. $\exists x \text{Between}(x,d,e)$

3. $\exists x (\text{LeftOf}(x,a) \wedge \text{SameRow}(x,a))$

4. $\forall x \forall y (\exists z \text{Between}(z,x,y) \rightarrow \text{Dodec}(x))$

5. $\exists x (\text{Tet}(x) \wedge \neg \exists y (x \neq y \wedge \text{SameCol}(x,y)))$

6. $\forall x \forall y ((x \neq y \wedge (\text{SameRow}(x,y) \vee \text{SameCol}(x,y))) \rightarrow \neg \text{SameShape}(x,y))$



3. (4 val) Complete a demonstr  o abaixo, preenchendo as caixas assinaladas.

<pre> 1 $\forall x (Cube(x) \rightarrow \exists y \neg SameRow(x,y))$ 2 $\forall x (Large(x) \rightarrow \forall y SameRow(x,y))$ 3 $c:$ 4 $Cube(c)$ 5 $Cube(c) \rightarrow \exists y \neg SameRow(c,y)$ 6 $\exists y \neg SameRow(c,y)$ 7 $a: \neg SameRow(c,a)$ 8 $Large(c)$ 9 $Large(c) \rightarrow \forall y SameRow(c,y)$ 10 $\forall y SameRow(c,y)$ 11 $SameRow(c,a)$ 12 $\bot$ 13 $\neg Large(c)$ 14 $\neg Large(c)$ 15 $Cube(c) \rightarrow \neg Large(c)$ 16 $\forall x (Cube(x) \rightarrow \neg Large(x))$ </pre>	<pre> Elim $\forall$: 1 Elim $\rightarrow$: 4 , 5 Elim $\forall$: 2 Elim $\rightarrow$: 8 , 9 Elim $\forall$: 10 Intr $\bot$: 7 , 11 Intr $\neg$: 8 - 12 Elim $\exists$: 6 , 7 - 13 Intr $\rightarrow$: 4 - 14 Intr $\forall$: 3 - 15 </pre>
--	--

4. (3 val) Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respectiva demonstr  o.

<pre> 1 $\neg \forall x Tet(x)$ 2 $\exists x (Cube(x) \rightarrow Large(x))$ 3 $\forall x (Cube(x) \vee Tet(x))$ 4 $c: Cube(c) \rightarrow Large(c)$ 5 $Cube(c) \vee Tet(c)$ 6 $Cube(c)$ 7 $Large(c)$ 8 $Tet(c)$ 9 $\neg Tet(c)$ 10 $\bot$ 11 $Large(c)$ 12 $Large(c)$ 13 $\exists x Large(x)$ </pre>	<pre> Elim $\forall$: 3 Elim $\rightarrow$: 4 , 6 Elim $\forall$: 1 Intr $\bot$: 8 , 9 Elim $\bot$: 10 Elim $\vee$: 5, 6-7, 8-11 Intr $\exists$: 12 </pre>
--	--

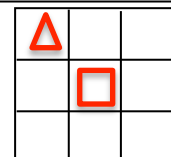
a) Indique todos os erros da demonstr  o acima, e se introduzem fórmulas que não são consequências válidas no contexto em que ocorrem.

Erros:

Erro 1. Na linha 13, a introdu  o do $\exists$ deveria ser feita no contexto iniciado com a hipótese $c: \dots$, e só depois colocado fora desse contexto, por elimina  o da $\exists$ da linha 2. Este erro não coloca em causa o argumento, pois poder-se-ia corrigir como indicado.

Erro 2. Na linha 9, a elimina  o do $\forall$ da linha 1 não pode ser invocada, pois a expressão 1    uma nega  o (começa por $\neg$) e não uma fórmula universalmente quantificada. De facto, a fórmula da linha 1 especifica que existem objectos que não são tetraedros e não que todos os objectos não sejam tetraedros, como "inferido" para o objecto c na linha 9, que está errada!

b) Apresente no quadro ao lado um contra-exemplo que mostre que o argumento não    válido.



5. (2 val) O seguinte argumento é válido analiticamente nos Mundos de Tarski.

1	$\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \text{Large}(x))$
2	$\forall x (\text{Dodec}(x) \rightarrow \text{Medium}(x))$
3	$\forall x (\text{Small}(x) \rightarrow \text{Tet}(x))$

Assinale em baixo, quais os axiomas de Tarski que seria necessário utilizar explicitamente como premissas para que o argumento fosse válido logicamente (válido-FO).

Nota: 2 respostas erradas cancelam uma resposta certa, mas a classificação da questão nunca será negativa.

- ☐ $\forall x (\text{Large}(x) \vee \text{Medium}(x) \vee \text{Small}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Medium}(x))$
- ☒ $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- ☒ $\neg \exists x (\text{Medium}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- ☒ $\forall x (\text{Tet}(x) \vee \text{Cube}(x) \vee \text{Dodec}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Cube}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$

6. (5 val) Valide o seguinte argumento apresentando a respectiva demonstração.

1	$\forall x \forall y ((\text{Cube}(x) \wedge A(x,y)) \rightarrow \text{Large}(x))$	
2	$\neg \exists x \text{Large}(x)$	
3	c:	
4	Cube(c)	
5	$\exists y A(c,y)$	
6	a: A(c,a)	
7	$(\text{Cube}(c) \wedge A(c,a)) \rightarrow \text{Large}(c)$	Elim $\forall$: 1
8	$\text{Cube}(c) \wedge A(c,a)$	Intr $\wedge$: 4 , 6
9	Large(c)	Elim $\rightarrow$: 7 , 8
10	$\exists x \text{Large}(x)$	Intr $\exists$: 9
11	$\perp$	Intr $\perp$: 2 , 10
12	$\perp$	Elim $\exists$: 5 , 6 - 11
13	$\neg \exists y A(c,y)$	Intr $\neg$: 5 - 12
14	$\text{Cube}(c) \rightarrow \neg \exists y A(c,y)$	Intr $\rightarrow$: 4 - 13
15	$\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \neg \exists y A(x,y))$	Intr $\forall$: 3 - 14