

Lógica Computacional

Duração: 1h

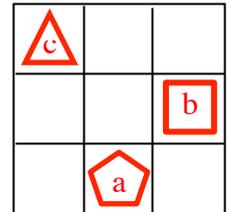
Época de 2015 / 16 – 1º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:	nº:
-------	-----

1. (2.5 val) Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3 × 3 casas)

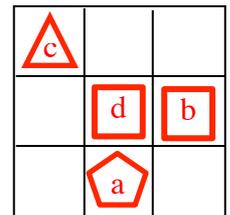
a) Desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes fórmulas

1. $\neg (\text{SameRow}(a, b) \vee \text{SameRow}(b, c))$
2. $\text{FrontOf}(a, b) \wedge \text{FrontOf}(a, c) \wedge \text{Dodec}(a)$
3. $\text{SameRow}(a, c) \vee (\text{Cube}(b) \wedge \text{Leftof}(a, b))$
4. $\text{RightOf}(a, c) \wedge \neg \text{SameShape}(a, c) \wedge \neg \text{SameShape}(b, c)$



b) Verifique se a fórmula $\text{SameCol}(a, d) \wedge \text{SameRow}(b, d)$ é satisfazível em conjunto com as anteriores. Se sim indique um mundo em que todas as fórmulas sejam satisfeitas, e se essa solução é única; caso contrário explique sucintamente porquê.

A casa do meio satisfaz as restrições referentes À linha e coluna onde deve ser colocado o sólido d, que pode ter qualquer forma.



2. (2.0 val) Traduza as seguintes frases para fórmulas na linguagem do Mundo de Tarski.

a) Os blocos **a** e **b**, ou não têm a mesma forma ou um está à frente do outro.

$$\neg \text{SameShape}(a, b) \vee (\text{FrontOf}(a, b) \vee \text{FrontOf}(b, a))$$

b) Se os blocos **a** ou **b** não forem o mesmo, então não têm a mesma forma.

$$a = b \vee \neg \text{SameShape}(a, b)$$

c) Os blocos **a** e **b** não podem estar na mesma posição e ser diferentes.

$$\neg (\text{SameCol}(a, b) \wedge \text{SameRow}(a, b) \wedge a \neq b)$$

d) O bloco **c** está entre os blocos **a** e **b**, que estão na mesma coluna mas em linhas diferentes.

$$\text{Between}(c, a, b) \wedge \text{SameCol}(a, b) \wedge \neg \text{SameRow}(a, b)$$

3. (3.0 val) Considere as seguintes frases

- O carro do Rui tem 4 portas, mas o da Maria só tem 2.
- O carro do Rui é mais velho do que o da Maria.
- A cilindrada do carro da Maria, 1250 cm³, é maior do que a do carro do Rui.
- O carro da Maria é a diesel.

a) Apresente uma assinatura $\Sigma = \langle NP, NF_0 \cup NF_1 \rangle$ de uma linguagem de 1ª ordem que lhe permita escrever fórmulas de 1ª ordem correspondentes

NF_0 : Constantes	NF_1 : Funções	NP: Predicados
rui, maria 2, 4, 1250 diesel	carro/1 numeroPortas/1 cilindrada/1	MaisVelho/2 TipoMotor/2 >/2 =/2

b) Traduza para fórmulas de 1ª ordem as frases acima indicadas:

i) O carro do Rui tem 4 portas, mas o da Maria só tem 2.

$numeroPortas(carro(rui)) = 4 \wedge numeroPortas(carro(maria)) = 2$

ii) O carro do Rui é mais velho do que o da Maria.

$MaisVelho(carro(rui), carro(maria))$

iii) A cilindrada do carro da Maria, 1250 cm³, é maior do que a do carro do Rui.

$cilindrada(carro(maria)) = 1250 \wedge$
 $cilindrada(carro(maria)) > cilindrada(carro(rui))$

iv) O carro da Maria é a diesel.

$TipoMotor(carro(maria), diesel)$

4. (3.0 val) a) Indique no quadro (com V, P e F, respectivamente) se, nos diferentes níveis de análise (Tautológico -TT, Lógico - FO e Analítico - TW) as fórmulas abaixo são Verdades, meras Possibilidades ou Falsidades.

Nota 1: Uma Verdade deve ser indicada com **V** e não com **P** (embora o seja).

Nota 2: 3 respostas erradas na tabela eliminam uma correcta. A classificação nesta pergunta não pode ser negativa.

$a \neq b \vee (Tet(a) \vee \neg Tet(b))$
 $\neg (Large(a) \wedge Small(b) \wedge SameSize(a,b))$
 $Cube(a) \wedge \neg (Cube(a) \vee Dodec(a))$

TT	FO	TW
P	V	V
P	P	V
F	F	F

b) Indique, se houver, uma proposição P-TW que seja F-FO. Caso contrário escreva impossível

Impossível

c) Indique, se houver, uma proposição P-TT que seja T-TW. Caso contrário escreva impossível.

$Small(a) \vee Medium(a) \vee Large(a)$

5. (2.0 val) Para os argumentos abaixo, indique se são válidos, justificando informalmente a resposta.

a) O Zoo disponibiliza mamíferos ou aves para exibição. O Igu não é ave. Logo o Igu não vem do Zoo.

Argumento Válido ? Sim: Não:

Justificação: O argumento não é válido sendo possível criar um contraexemplo que satisfaz as premissas mas não a conclusão. Assim suponhamos que

- O Igu é um mamífero
- O Igu não é ave
- O Igu vem do Zoo

Neste caso as premissas são satisfeitas (o Zoo disponibiliza mamíferos E o Igu não é ave) mas a conclusão não o é pois o Igu vem do Zoo.

b) Se um animal é um mamífero de grande porte, ele não é fornecido do Zoo. Mas o Bobby vem do Zoo e é um mamífero. Logo o Bobby não é de grande porte.

Argumento Válido ? Sim: Não:

Justificação: A conclusão pode justificar-se da seguinte forma. Vindo o Bobby do Zoo não pode ser um mamífero de grande porte. Logo ou o Bobby não é um mamífero ou não é de grande porte. Mas como o Bobby é um mamífero. Portanto não pode ser de grande porte.

6. (2.0 val) Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski, indique se os seguintes argumentos são válidos tautologicamente (Val-TT), logicamente (Val-FO) e/ou analiticamente nos mundos de Tarski (Val-TW).

Nota: 3 respostas erradas na tabela eliminam uma correcta. A classificação nesta pergunta não pode ser negativa.

{Premissa 1, ..., Premissa n } |= Conclusão

- { Larger(a,b) , Larger(b,a) } |= Medium(c)
- { LeftOf(a,b) , LeftOf(b,c) } |= Between(b,a,c)
- { Smaller(a,b) } |= Smaller(a,c) v b ≠ c

Val-TT	Val-FO	Val-TW
N	N	S
N	N	N
N	S	S

7. (2.5 val) a) Preencha a tabela de verdade relativa às fórmulas P1 e P2 abaixo indicadas

$$P1: A \wedge \neg (B \vee C) \quad \text{e} \quad P2: \neg A \vee (B \wedge C)$$

A	B	C	$A \wedge \neg (B \vee C)$	$\neg A \vee (B \wedge C)$
V	V	V	F	V
V	V	F	F	F
V	F	V	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	V

b) Com base na tabela assinalada na caixa e justifique qual a relação tautológica entre P1 e P2

- P1 é consequência de P2 P2 é consequência de P1
 P1 e P2 são Equivalentes Nenhuma das anteriores

Justificação: Existem várias interpretações, por exemplo $\{A=F, B=F, C=F\}$, que tornam a fórmula P2 verdadeira mas P1 falsa. Logo P1 não é consequência tautológica de P2. Por outro lado, a interpretação $\{A=V, B=F, C=F\}$ torna P1 verdadeira mas P2 falsa. Logo P2 não é consequência tautológica de P1. Desta forma, P1 e P2 não são equivalentes (nem P1 é consequência de P2 nem vice-versa).

8. (3.0 val) Converta a fórmula seguinte para as formas normais conjuntiva (CNF) e disjuntiva (DNF), simplificando-as da forma mais conveniente:

$$\neg ((A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)) \wedge (\neg A \vee (B \wedge \neg C))$$

- 1 $\Leftrightarrow \neg ((A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)) \wedge (\neg A \vee (B \wedge \neg C))$
- 2 $\Leftrightarrow (\neg (A \wedge B) \wedge \neg (\neg A \wedge C)) \wedge (\neg A \vee (B \wedge \neg C))$ de Morgan
- 3 $\Leftrightarrow (\neg (A \wedge B) \wedge \neg (\neg A \wedge C)) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg C)$ Distribuição
- 4 $\Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg \neg A \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg C)$ de Morgan
- 5 $\Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg C)$ Dupla Negação

Esta fórmula já está na forma NNF e em CNF. Para a simplificar e obter a DNF

- 6 $\Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee \neg C)$ Comutatividade
- 7 $\Leftrightarrow (\neg A \vee (\neg B \wedge B)) \wedge ((A \wedge \neg A) \vee \neg C)$ Distribuição
- 8 $\Leftrightarrow (\neg A \vee F) \wedge (F \vee \neg C)$ Contradição
- 9 $\Leftrightarrow \neg A \wedge \neg C$ Elemento Neutro

Esta fórmula, que está em CNF e DNF já não pode ser mais simplificada