

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2015 / 16 – 3º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

nº:

1. (3 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Não existem blocos entre quaisquer dois cubos.

--

b) Os dodecaedros que sejam maiores que um tetraedro estão à sua esquerda (do tetraedro).

--

c) Todos os cubos estão na mesma linha do que pelo menos um dos tetraedros.

--

d) Se existirem cubos então não existem objectos pequenos.

--

e) Os blocos estão todos alinhados (i.e. na mesma linha ou na mesma coluna).

--

f) Não existem dois blocos com o mesmo tamanho ou a mesma forma.

--

2. (3 val) Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3×3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições

1. $\forall x (\text{Tet}(x) \rightarrow (x = b \wedge x \neq a))$

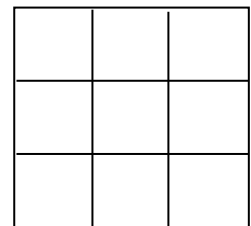
2. $\forall x (\text{Dodec}(x) \rightarrow \exists y \exists z \text{ Between}(x, y, z))$

3. $\forall x \neg \exists y \exists z \text{ Between}(x, y, z)$

4. $\exists x \text{ RightOf}(x, b) \wedge \exists x \text{ LeftOf}(x, b) \wedge \exists x \text{ BackOf}(x, b)$

5. $\exists x \exists y (x \neq y \wedge \text{SameRow}(x, y) \wedge \text{FrontOf}(x, b))$

6. $\text{Cube}(a) \wedge \forall x (x \neq a \rightarrow \text{FrontOf}(x, a))$



3. (4 val) Complete a demonstração abaixo, preenchendo as caixas assinaladas.

1	$\forall x \forall y ((\text{Cube}(x) \wedge \text{Tet}(y)) \rightarrow \text{FrontOf}(x,y))$	
2	$\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \neg \exists y \text{FrontOf}(x,y))$	
3	$\forall x (\neg \text{Tet}(x) \rightarrow \text{Cube}(x))$	
4	a:	
5		
6	b: $\text{Cube}(b) \wedge \neg \exists y \text{FrontOf}(b,y)$	
7		Elim $\wedge$: 6
8	$\text{Cube}(b) \wedge \text{Tet}(a)$	Intr $\wedge$: 5 , 7
9		
10	$\text{FrontOf}(b,a)$	Elim $\rightarrow$: 8 , 9
11		
12	$\neg \exists y \text{FrontOf}(b,y)$	Elim $\wedge$: 6
13	$\perp$	
14		
15	$\neg \text{Tet}(a)$	
16		Elim $\forall$: 3 - 15
17	$\text{Cube}(a)$	Elim $\rightarrow$: 15 , 16
18	$\forall x \text{Cube}(x)$	

4. (3 val) Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respectiva demonstração.

1	$\exists x \text{Cube}(x) \wedge \exists x \text{Small}(x)$	
2	$\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Small}(x)) \rightarrow \forall x \text{BackOf}(x,c)$	
3	a:	
4	b: $\text{Cube}(b) \wedge \text{Small}(b)$	
5	$\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Small}(x))$	Intr $\exists$: 4
6	$\forall x \text{BackOf}(x,c)$	Elim $\rightarrow$: 2 , 5
7	$\text{BackOf}(a,c)$	Elim $\forall$: 6
8	$\text{BackOf}(a,c)$	Elim $\exists$: 1 , 4 - 7
9	$\forall x \text{BackOf}(x,c)$	Intr $\forall$: 3 - 8

a) Indique todos os erros da demonstração acima, e se introduzem fórmulas que não são consequências válidas no contexto em que ocorrem.

Erros:

b) Apresente no quadro ao lado um contra exemplo que mostre que o argumento não é válido.

5. (2 val) O seguinte argumento é válido analiticamente nos Mundos de Tarski.

- | | |
|---|---|
| 1 | $\forall x (\text{Large}(x) \rightarrow \text{Cube}(x))$ |
| 2 | $\forall x (\text{Medium}(x) \rightarrow \text{Dodec}(x))$ |
| 3 | $\exists x \text{Tet}(x) \rightarrow \exists x \text{Small}(x)$ |

Assinale em baixo, quais os axiomas de Tarski que seria necessário utilizar explicitamente como premissas para que o argumento fosse válido logicamente (válido-FO).

Nota: 2 respostas erradas cancelam uma resposta certa, mas a classificação da questão nunca será negativa.

- ☐ $\forall x (\text{Large}(x) \vee \text{Medium}(x) \vee \text{Small}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Medium}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Medium}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- ☐ $\forall x (\text{Tet}(x) \vee \text{Cube}(x) \vee \text{Dodec}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Cube}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$

6. (5 val) Valide o seguinte argumento apresentando a respectiva demonstração.

- | | |
|---|--|
| 1 | $\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \exists y (\text{Dodec}(y) \wedge \text{FrontOf}(x, y)))$ |
| 2 | $\exists x \forall y \neg \text{FrontOf}(x, y)$ |

$\exists x \neg \text{Cube}(x)$