

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2018 / 19 – 2.º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

n.º:

1. (5 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Alguns blocos são dodecaedros mas nem todos.

$$\exists x \text{ Dodec}(x) \wedge \exists x \neg \text{Dodec}(x)$$

b) Os blocos que são tetraedros e não são pequenos estão à direita do bloco a.

$$\forall x ((\text{Tet}(x) \wedge \neg \text{Small}(x)) \rightarrow \text{RightOf}(x, a))$$

c) Alguns dodecaedros estão na mesma linha ou coluna do cubo a.

$$\text{Cube}(a) \wedge \exists x (\text{Dodec}(x) \wedge (\text{SameRow}(a, x) \vee \text{SameCol}(a, x)))$$

d) Todos os cubos são grandes exceto o b.

$$\forall x ((\text{Cube}(x) \wedge x \neq b) \rightarrow \text{Large}(x))$$

e) Apenas blocos pequenos estão à frente do dodecaedro d.

$$\text{Dodec}(d) \wedge \forall x (\text{FrontOf}(x, d) \rightarrow \text{Small}(x))$$

f) Não existem cubos que não sejam grandes.

$$\neg \exists x (\text{Cube}(x) \wedge \neg \text{Large}(x))$$

g) Nem todos os cubos são grandes e nem todos os blocos grandes são cubos.

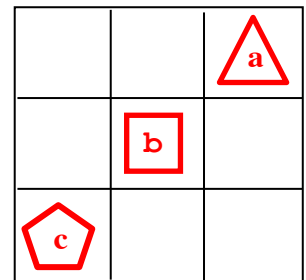
$$\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \neg \text{Large}(x)) \wedge \exists x (\text{Large}(x) \wedge \neg \text{Cube}(x))$$

h) Nenhum cubo é grande e todos os blocos que não sejam grandes são cubos.

$$\forall x (\text{Cube}(x) \leftrightarrow \neg \text{Large}(x))$$

2. (3.5 val) Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiros de 3×3 casas) e desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições

1. $\exists x (\text{Between}(x, a, c) \wedge \text{Cube}(x))$
2. $\forall x (\text{Tet}(x) \rightarrow x = a) \wedge \text{RightOf}(a, c)$
3. $\forall x (x \neq b \rightarrow \neg(\text{SameRow}(x, b) \vee \text{SameCol}(x, b)))$
4. $\text{Tet}(a) \wedge \neg \exists x (x \neq a \wedge \text{Tet}(x))$
5. $(\text{Cube}(c) \rightarrow \text{Dodec}(c)) \wedge \text{FrontOf}(c, a)$



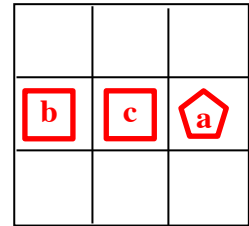
3. (5.0 val) Complete a demonstração abaixo indicada, indicando as fórmulas e as justificações em falta nas caixas em branco.

1	$A \rightarrow (B \vee C)$	
2	$\neg (A \wedge C)$	
3	$\neg B \vee C$	
4	A	
5	$B \vee C$	Elim $\rightarrow$: 1, 4
6	B	
7	$\neg B$	
8	$\perp$	Intr $\perp$: 6, 7
9	C	Elim $\perp$: 8
10	C	
11	C	Reit. :10
12	C	Elim $\vee$: 3, 7 - 9, 10 - 11
13	C	
14	C	Reit : 13
15	C	Elim $\vee$: 5, 6 - 12, 13 - 14
16	$A \wedge C$	Intr $\wedge$: 4, 15
17	$\perp$	Intr $\perp$: 2, 16
18	$\neg A$	Intr $\neg$: 4 - 17

4. (2.5 val) Considere o seguinte argumento e sua demonstração (usando a linguagem de Tarski).

- a) Verifique que a demonstração está *errada*, e indique o(s) passo(s) em que as regras do sistema de Dedução Natural não foram corretamente utilizadas. Esses passos invalidam a conclusão?

1.	$(\text{Cube}(a) \vee \text{Tet}(b)) \rightarrow \text{Dodec}(c)$	
2.	$(\text{Cube}(a) \wedge \text{Tet}(b)) \vee (\text{Cube}(a) \rightarrow \text{Tet}(b))$	
3.	$\text{Cube}(a) \wedge \text{Tet}(b)$	
4.	$\text{Cube}(a)$	Elim $\wedge$: 3
5.	$\text{Tet}(b)$	Elim $\wedge$: 3
6.	$\text{Cube}(a) \rightarrow \text{Tet}(b)$	
7.	$\text{Cube}(a)$	Reit : 4
8.	$\text{Tet}(b)$	Elim $\rightarrow$: 6, 7
9.	$\text{Tet}(b)$	Elim $\vee$: 2, 3 - 5, 6 - 8
10.	$\text{Dodec}(c)$	Elim $\rightarrow$: 1, 9



No passo 10, a fórmula não pode ser **diretamente** obtida por eliminação da implicação, já que a fórmula 9 ($\text{Tet}(b)$) não é o implicante da fórmula 1 ($\text{Cube}(a) \vee \text{Tet}(b)$). Mas da fórmula 9 poderia obter-se esse implicante por introdução da $\vee$, e portanto o erro não invalida a conclusão.

O maior erro, e que invalida a conclusão, ocorre no **passo 7**, em que é feita a reiteração da fórmula 4, obtida num contexto em que ela não é visível.

Assim sendo falsos $\text{Cube}(a)$ e $\text{Tet}(b)$ ambas as fórmulas 1 e 2 são verdadeiras, mas a conclusão é falsa se for falso $\text{Dodec}(c)$, o que invalida o argumento.

- b) Indique no tabuleiro ao lado da demonstração, um contraexemplo que mostre que o argumento não é válido.

5. (4.0 val) Mostre que o argumento abaixo é válido, apresentando a respectiva demonstração.

1	$A \rightarrow (B \vee C)$	
2	$\neg C \rightarrow A$	
3	$\neg (B \vee C)$	
4	C	
5	$B \vee C$	Intr $\vee$: 4
6	$\perp$	Intr $\perp$: 3, 5
7	$\neg C$	Intr $\neg$: 4 - 6
8	A	Elim $\rightarrow$: 2, 7
9	$B \vee C$	Elim $\rightarrow$: 1, 8
10	$\perp$	Intr $\perp$: 3, 9
11	$\neg \neg (B \vee C)$	Intr $\neg$: 3 - 10
12	$B \vee C$	Elim $\neg$: 11