

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2018 / 19 – 3.º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:	n.º:
-------	------

1. (3 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Alguns blocos, que não são tetraedros, estão à frente de todos os cubos.

--

b) Um cubo que não esteja ao lado de um bloco não pode ser grande.

--

c) Não há cubos na mesma coluna.

--

d) Apenas cubos estão atrás dos dodecaedros grandes.

--

e) Um dodecaedro que esteja à frente do bloco **a** não está à frente de nenhum cubo.

--

f) Um tetraedro está à frente de alguns cubos, mas não dos que estão à frente do bloco **a**.

--

2. (3 val) Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3×3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições:

1. $\text{Tet}(a) \wedge \exists x \exists y (\text{FrontOf}(x, a) \wedge \text{FrontOf}(a, y))$

2. $\exists x \exists y (\text{Dodec}(x) \wedge \text{Dodec}(y) \wedge x \neq y \wedge \text{SameRow}(x, y))$

3. $\forall x (\text{Dodec}(x) \rightarrow \forall y (\neg \text{Dodec}(y) \rightarrow \text{LeftOf}(y, x)))$

4. $\forall x \neg (\exists y \text{Dodec}(y) \wedge \text{FrontOf}(x, y))$

5. $\exists x (\text{Dodec}(x) \wedge \exists y \exists z \text{Between}(x, y, z))$

6. $\exists x \exists y (\text{Cube}(x) \wedge \text{Cube}(y) \wedge \exists z \text{Between}(z, x, y))$

3. (4 val) Preencha as caixas assinaladas para completar a demonstração no sistema de Dedução Natural

1	$\forall x (Cube(x) \rightarrow \forall y (Tet(y) \rightarrow BackOf(x,y)))$	
2	$\forall x (Tet(x) \rightarrow \neg \exists y (Cube(y) \wedge BackOf(y,x)))$	
3	<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>	
4	<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>	
5	b:	
6	<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>	
7	Cube(b) \rightarrow $\forall y (Tet(y) \rightarrow BackOf(b,y))$	Elim \forall : 1
8	$\forall y (Tet(y) \rightarrow BackOf(b,y))$	Elim \rightarrow : 6 , 7
9	Tet(a) \rightarrow BackOf(b,a)	Elim \forall : 8
10	BackOf(b,a)	Elim \rightarrow : 4 , 9
11	<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>	Elim \forall : 2
12	$\neg \exists y (Cube(y) \wedge BackOf(y,a))$	
13	Cube(b) \wedge BackOf(b,a)	Intr \wedge : 6, 10
14	$\exists y (Cube(y) \wedge BackOf(y,a))$	
15	\perp	
16	<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>	Intr \neg : 6 - 15
17	$\forall y \neg Cube(y)$	
18	<div style="border: 1px solid black; height: 15px; width: 100%;"></div>	
19	$\exists x Tet(x) \rightarrow \forall y \neg Cube(y)$	

4. (3 val) Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respetiva demonstração.

1.	$\forall x \forall y ((Cube(x) \wedge Tet(y)) \rightarrow \neg SameRow(x,y))$	
2.	$\neg \exists x \exists y \neg SameRow(x,y)$	
3.	Cube(a) \wedge Tet(b)	
4.	(Cube(a) \wedge Tet(b)) \rightarrow $\neg SameRow(a,b)$	Elim \forall : 1
5.	$\neg SameRow(b,a)$	Elim \rightarrow : 3 , 4
6.	$\exists x \exists y \neg SameRow(x,y)$	Intr \exists : 5
7.	\perp	Intr \perp : 2 , 6
8.	$\neg Tet(b)$	Intr \neg : 4 - 7
9.	$\exists x \neg Tet(x)$	Intr \exists : 8

a) Indique todos os erros da demonstração acima, justificando.

Erros:

b) Apresente no quadro em baixo um contraexemplo que mostre que o argumento não é válido.

5. (2 val) O seguinte argumento é válido analiticamente nos Mundos de Tarski.

1	$\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \neg \text{Medium}(x))$
2	$\forall x (\text{Large}(x) \rightarrow \text{Tet}(x))$
3	$\exists x (\text{Small}(x) \wedge \neg \text{Dodec}(x))$

Assinale em baixo, quais os axiomas de Tarski que seria necessário utilizar explicitamente como premissas para que o argumento fosse válido logicamente (válido-FO).

Nota: 2 respostas erradas cancelam uma resposta certa, mas a classificação da questão nunca será negativa.

- $\forall x (\text{Large}(x) \vee \text{Medium}(x) \vee \text{Small}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Medium}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Medium}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- $\forall x (\text{Tet}(x) \vee \text{Cube}(x) \vee \text{Dodec}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Cube}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$

6. (5 val) Valide o seguinte argumento apresentando a respetiva demonstração.

1	$\exists x \forall y \text{SameCol}(x, y)$
2	$\forall x (\text{Tet}(x) \rightarrow \neg \exists y \text{SameCol}(y, x))$
	$\forall x \neg \text{Tet}(x)$