

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2019 / 20 – 2.º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

n.º:

1. (4 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Os blocos que não são cubos são dodecaedros.

$$\forall x \ (\neg \text{Cube}(x) \rightarrow \text{Dodec}(x))$$

b) Nenhum tetraedro grande está à frente do bloco **b**.

$$\neg \exists x \ (\text{Tet}(x) \wedge \text{Large}(x) \wedge \text{FrontOf}(x, b))$$

c) Um cubo que esteja entre os blocos **a** e **b** é grande.

$$\forall x \ ((\text{Cube}(x) \wedge \text{Between}(x, a, b)) \rightarrow \text{Large}(x))$$

d) Todos os (outros) cubos estão à esquerda do cubo **c**.

$$\text{Cube}(c) \wedge \forall x \ ((\text{Cube}(x) \wedge x \neq c) \rightarrow \text{LeftOf}(x, c))$$

e) Apenas cubos pequenos estão entre os blocos **a** e **b**.

$$\forall x \ (\text{Between}(x, a, b) \rightarrow (\text{Cube}(x) \wedge \text{Small}(x)))$$

f) Existem cubos que são grandes, mas nenhum tetraedro o é (grande).

$$\exists x \ (\text{Cube}(x) \wedge \text{Large}(x)) \wedge \neg \exists x \ (\text{Tet}(x) \wedge \text{Large}(x))$$

g) Todos os cubos estão à frente do tetraedro **a**, a menos que este tetraedro seja grande.

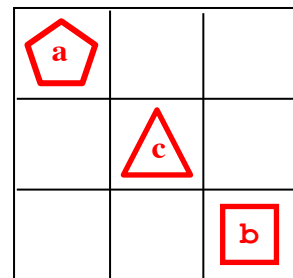
$$\text{Tet}(a) \wedge \forall x \ ((\text{Cube}(x) \wedge \neg \text{Large}(a)) \rightarrow \text{FrontOf}(x, a))$$

h) Nenhum tetraedro que não seja grande está atrás do bloco **c**.

$$\neg \exists x \ (\text{Tet}(x) \wedge \neg \text{Large}(x) \wedge \text{BackOf}(x, c))$$

2. (3.5 val) Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiros de 3×3 casas) e desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições

1. $\exists x (Between(x, a, b) \wedge \neg Cube(x) \wedge LeftOf(x, b))$
2. $\forall x (Dodec(x) \rightarrow \neg Between(x, a, b))$
3. $Dodec(a) \wedge \forall x (x \neq a \rightarrow BackOf(a, x))$
4. $\neg \exists x (x \neq a \wedge x \neq b \wedge x \neq c)$
5. $\neg Cube(b) \rightarrow \exists x Between(b, x, x)$



3. (5.0 val) Complete a demonstração abaixo indicada, indicando as fórmulas e as justificações em falta nas caixas em branco.

1		$(A \rightarrow B) \rightarrow C$	
2		$A \vee \neg C$	
3		D	
4		$\neg A$	
5		A	
6		$\perp$	Intr $\perp$: 4 , 5
7		$\neg C$	Elim $\perp$: 6
8		$\neg C$	
9		$\neg C$	Reit $\perp$: 8
10		$\neg C$	Elim $\vee$: 2 , 5 - 7, 8 - 9
11		A	
12		$\perp$	Intr $\perp$: 4 , 11
13		B	Elim $\perp$: 12
14		$A \rightarrow B$	Intr $\rightarrow$: 11 - 13
15		C	Elim $\rightarrow$: 1 - 14
16		$\perp$	Intr $\perp$: 10 , 15
17		$\neg \neg A$	Intr $\neg$: 4 - 16
18		A	Elim $\neg$: 17
19.		D $\rightarrow$ A	Intr $\rightarrow$: 3 - 18

4. (2.5 val) Considere o seguinte argumento e sua demonstração (usando a linguagem de Tarski).

- a) Verifique que a demonstração está *errada*, e indique o(s) passo(s) em que as regras do sistema de Dedução Natural não foram corretamente utilizadas.

1.	$\neg \text{Cube}(a) \rightarrow \neg (\text{Tet}(b) \vee \text{Dodec}(c))$	
2.	$\neg \text{Cube}(a)$	
3.	$\neg (\text{Tet}(b) \vee \text{Dodec}(c))$	Elim $\rightarrow$: 1, 2
4.	$\text{Tet}(b)$	
5.	$\text{Tet}(b) \vee \text{Dodec}(c)$	Intr $\vee$: 5
6.	$\perp$	Intr $\perp$: 3, 5
7.	$\neg \neg \text{Cube}(a)$	Intr $\neg$: 2 - 6
8.	$\perp$	Intr $\perp$: 2, 7
9.	$\neg \text{Dodec}(c)$	Elim $\perp$: 8

a	b	c

Existem dois erros na demonstração. Em 7, a fórmula não pode ser obtida por introdução da negação, pois o escopo da $\perp$ é a hipótese **Tet(b)** (e não $\neg \text{Cube}(a)$).

No passo 8, mesmo que a fórmula 7 fosse corretamente inferida, ela não pode contradizer a fórmula 2, que é uma hipótese já fechada.

Assim sendo, em qualquer interpretação em que a proposição **Cube(a)** for verdadeira a premissa é verdadeira. Sendo **Dodec(c)** verdadeira, a conclusão é falsa, e o argumento não é válido, independentemente da forma do bloco **b**.

- b) Indique no tabuleiro ao lado da demonstração, um contra-exemplo que mostre que o argumento não é válido.

5. (5.0 val) Mostre que o argumento abaixo é válido, apresentando a respectiva demonstração.

1	$\neg B \rightarrow (\neg A \vee C)$	
2	$C \rightarrow \neg A$	
3	A	
4	$\neg B$	
5	$\neg A \vee C$	Intr $\vee$: 3
6	$\neg A$	
7	$\perp$	Intr $\perp$: 3, 6
8	C	
9	$\neg A$	Elim $\rightarrow$: 2, 8
10	$\perp$	Intr $\perp$: 3, 9
11	$\perp$	Elim $\vee$: 5, 6 - 7, 8 - 10
12	$\neg \neg B$	Intr $\neg$: 3 - 11
13	B	Elim $\neg$: 12
14	$A \rightarrow B$	Intr $\rightarrow$: 3 - 13