

Nome completo: _____

Nº de aluno: _____

Nº de caderno: _____

- Nos grupos 1 a 4, assinale com uma cruz sobre V para verdadeiro ou sobre F para falso, o valor lógico de cada uma das afirmações.
- Uma resposta correcta vale 1 valor, uma resposta incorrecta desconta 0.4 valores e uma não resposta nada desconta.
- Os grupos 5, 6 e 7 devem ser respondidos no caderno de exame.

1. Suponha que 10% dos processadores instalados num conjunto de computadores de uma empresa são da marca A e que, de entre estes, 70% sobreaquecem. De entre os que não são da marca A 45%, sobreaquecem. Seleccionado ao acaso um computador desta empresa:

(3.0)

V F A probabilidade do processador sobreaquecer é 0.475.

V F Se o processador sobreaquecer, a probabilidade de ser da marca A é 0.8526 (arredondado a 4 casas decimais).

V F A probabilidade do processador sobreaquecer ou de ser da marca A é 0.505.

2. Considere o vector aleatório (X, Y) com a seguinte função de probabilidade conjunta:

$X \setminus Y$	0	2	4	
0	0.1	0.3	0	0.4
1	0.1	0	0.2	0.3
2	0.1	0.1	0.1	0.3
	0.3	0.4	0.3	1

(3.0)

V F $P(X + Y \leq 1) = 0.8$.

V F As variáveis X e Y são independentes.

V F $Cov(X, Y) = 0.2$.

3. Um fabricante de memórias flash constatou que o peso das memórias tem distribuição Normal, dependendo os seus parâmetros de a memória ser de 16Gb ou 32Gb - caso seja de 16Gb a média é de 45g e o desvio padrão 1g e caso seja de 32Gb a média é de 50g e o desvio padrão é de 2g. Sabendo que as memórias produzidas são 60% de 16Gb e 40% de 32Gb:

(3.0)

V F A probabilidade de uma memória de 32Gb pesar menos de 50g é 0.5.

V F A probabilidade de uma memória escolhida ao acaso pesar menos de 45g é 0.3025 (arredondado a 4 casas decimais).

V F A probabilidade de um conjunto de 2 memórias de 16Gb e 3 de 32Gb ter um peso total superior a 240g é 0.7.

4. Considere uma amostra aleatória (X_1, X_2, \dots, X_n) de uma população com valor médio μ e variância σ^2 . (3.0)

V F $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ não é estimador consistente da média populacional.

V F Enquanto estimadores de μ , $\hat{\theta}_1 = \frac{2X_1+3X_2+5X_3}{10}$ é mais eficiente que $\hat{\theta}_2 = \frac{X_1+X_n}{2}$.

V F $(\bar{X})^2$ é estimador centrado de μ^2 .

Justifique detalhadamente as suas respostas

5. A quantidade de tempo, em segundos, que um computador demora a processar um determinado conjunto de informação é uma v.a. com a seguinte função densidade probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} ke^{-\frac{x}{10}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (3.0)$$

(a) Determine o valor da constante k .

(b) Determine a função distribuição de X .

(c) Qual a probabilidade de um computador demorar mais de 10 segundos a processar um conjunto de informação?

6. Sabe-se que numa determinada loja, a procura de videojogos por dia e em euros é uma v.a. normalmente distribuída com desvio padrão 40€. O gerente afirma que a procura média é superior a 200€ e numa amostra aleatória constituída por 9 dias seleccionados ao acaso verificou-se que $\bar{x} = 216$. (2.5)

(a) Teste, ao nível de significância de 5%, a afirmação feita pelo gerente.

(b) Resolva a alínea anterior usando o valor-p (ou p-value).

7. Pretende-se modelar a relação entre a dimensão final de ficheiros (Y) e a sua dimensão original (x), quando são comprimidos usando um software específico. Para tal registaram-se, para 10 ficheiros, as suas dimensões em KB, antes e depois da compressão.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	100	250	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250
Y_i	4	9	15	16	20	46	54	59	64	70

$$\bar{x} = 1135, \quad \bar{Y} = 35.7, \quad S_{xx} = 4940250, \quad S_{xY} = 164205, \quad S_{YY} = 5742.1. \quad (2.5)$$

Utilize sempre 4 casas decimais nos seus cálculos.

(a) Ajuste um modelo de regressão linear simples aos dados e determine o coeficiente de determinação.

(b) Construa, **de forma detalhada**, um intervalo de confiança a 95% para verdadeiro declive da recta de regressão.

(c) Para um ficheiro de dimensão inicial 1100KB qual será a sua dimensão prevista, após a compressão?